

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

1	2	3	4	5	Итого:	
7	0	7	7	9	28	И
75	05	76	75	75	285	Реш

Задача № 9.1) Решим: рассмотрим особенности «названий» чисел в русском языке. Однозначные и двузначные числа встречаются только в первой сотне чисел → поэтому её лучше рассмотреть отдельно. Последующие сотни чисел (вторая, третья, ..., десятая) подчиняются одному и тому же принципу словообразования. А значит мы можем посчитать количество произведённых слов для первой и, например, второй сотни. Далее нужно умножить количество слов для второй сотни на 9, т.к. в третьей, четвертой, ..., десятой сотнях слов будет ровно столько же, и прибавить количество слов в первой сотне.

1) Первая сотня: 1-20 — 1 слово (20 чисел)  
30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 — 1 слово (7 чисел)  
21-99 (исключая числа кратные 10) — 2 слова (72 числа)  
100 — 1 слово (1 число)  
Итого слов в первой сотне:  $20 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 72 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 172$  (слов)

2) Последующие сотни, на примере второй:  
101-120 — 2 слова (20 чисел)  
130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 — 2 слова (7 чисел)  
121-199 (исключая числа кратные 10) — 3 слова (72 числа)  
200 — 1 слово (1 число)  
Итого слов в любой сотне от второй до десятой:  $20 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 72 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 271$  (слов)

Примечание: отличие второй-десятой сотен от первой в том, что в них есть ненулевой разряд сотен, обозначаемый отдельным словом («сто», «увести» и т.д.)

3) Общее количество слов:  $172 + 271 \cdot 9 = 172 + 2439 = 2611$  (слов)

Ответ: всего Карлсон произнесёт 2611 слов.

75

Задача № 9.5)

Дано:

$\omega(O; OB)$ ;

$A, B, C, D \in \omega(O; OB)$ ;

$AB$  — диаметр,

$CE \perp ADB$ ;

$E \in OC$ ;  $F \in AB$ ;

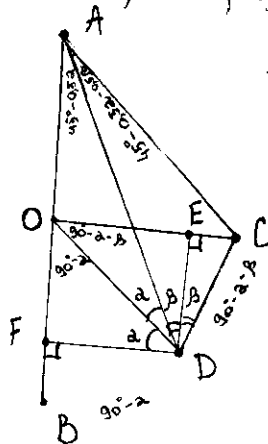
$DE \perp OC$ ;  $DF \perp AB$

$\angle ADE = \angle CDE$  ( $DE$  — биссектриса  $\triangle ADC$ )

$\angle ADO = \angle FDO$  ( $DO$  — биссектриса  $\triangle ADF$ )

Найти:

$\angle CAD$



Решим: 1) Обозначим  $\angle FDO = \angle ADO = \alpha$ , а  $\angle ADE = \angle CDE = \beta$ .

т.к.  $\triangle ODF$  — прямоугол., то  $\angle DOF = 90^\circ - \alpha$  (по сумме углов  $\Delta$ );  
т.к.  $\angle DOF$  — центральный, то  $\angle FCD = 90^\circ - \alpha = \angle DOF$ . А если  $\angle FCD$  — вписанный, опирающийся на  $FD$ .

2) Составим уравнение для  $\triangle ADC$ ,  $\angle OAD + \angle ODA = \angle FOD$  (внешний);  $\alpha + 45^\circ - 0,5\alpha = 90^\circ - \alpha$   
 $2\alpha - 0,5\alpha = 90^\circ - 45^\circ$   
 $1,5\alpha = 45^\circ$   
 $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$  (признак).

3) т.к.  $\triangle ODF$  — прямоугол., то  $\angle EOD = 90^\circ - \alpha - \beta$  (по сумме углов  $\Delta$ ) и  $\Rightarrow \angle OCD = 90^\circ - \alpha - \beta$ , т.к.  $\angle EOD$  — центральный и опирается на  $CD$ . Тогда  $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle OCD = \frac{1}{2} (90^\circ - \alpha - \beta)$  (как вписанный, опирающийся на  $CD$ ).  $45^\circ - 0,5\alpha - 0,5\beta$

4) Составим уравнение для  $\triangle ACD$ ,  $\angle ACD + \angle CAD + \angle ADC = 180^\circ$  (по сумме углов  $\Delta$ ), заметим что  $\angle ACD = \frac{130^\circ + (90^\circ - 30^\circ)}{2} = 120^\circ$  (вписанный, опир. на  $ABD$ ):  $120^\circ + 45^\circ - 0,5\alpha - 0,5\beta + 2\beta = 180^\circ$ , заменим  $\alpha = 30^\circ$ .  $120^\circ + 45^\circ - 15^\circ - 0,5\beta + 2\beta = 180^\circ$   
 $1,5\beta = 30^\circ$   
 $\beta = 20^\circ$  (узнаваемо)

5)  $\angle CAD = 45^\circ - 0,5\alpha - 0,5\beta$ ,  $\Rightarrow \angle CAD = 45^\circ - 15^\circ - 10^\circ = 20^\circ$

Ответ:  $\angle CAD = 20^\circ$

Задача 1.3) Решение: посмотрим на то, как именно в таблице 5x5 можно разместить квадрат 3x3. Количество клеток по вертикали и горизонтали (5) не кратно 3 и нечетно,  $\Rightarrow$  можно выделить центральную вертикаль. Если мы эту вертикаль "исключим" из таблицы, то получим 2 прямоугольника 5x2, в которые нельзя вписать ни одного квадрата 3x3. Делаем вывод, что любой квадрат 3x3 в таблице 5x5 выключает в себя часть этой вертикали. А именно 3 подряд идущих клетки (одна вертикаль квадрата 3x3). Пронумеруем клетки этой вертикали (1, 2, 3, 4, 5). Квадрат 3x3 может содержать клетки: 1, 2, 3; 2, 3, 4; 3, 4, 5. Легко заметить, что клетка номер 3 (центральная клетка таблицы) будет присутствовать в абсолютно любом квадрате 3x3. Для выполнения условия сделаем эту клетку отрицательной (число отриц.) и равной  $m$  (пр. 1), прочие клетки таблицы —  $n$ , такое что  $8n < |m|$ , но  $24n > |m|$  (пример 1). Например,  $m = -100$  и  $n = 5$  (пример 1.1),  $40 < |-100|$ , но  $120 > |-100|$ . Соответственно и другие примеры (пример 2) (пример 3)


$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$n$	$n$	$m$	$n$	$n$
$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$n$	$n$	$n$	$n$	$n$

5	5	5	5	5
5	5	5	5	5
5	5	-100	5	5
5	5	5	5	5
5	5	5	5	5

1	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	-2	0	0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1

4	0	0	0	4
0	0	0	2	0
0	0	-8	0	0
0	2	0	0	0
4	0	0	0	4

пример 1.                      пример 1.1.                      пример 2.                      пример 3.

Задача 1.2) П.к. должно быть 2 различных корня, то  $D > 0$ .

$$x^2 - 12x + q = 0$$

$$D = 144 - 4q > 0, \Rightarrow q < 36$$

$$x_1 = \frac{12 + \sqrt{144 - 4q}}{2}; x_2 = \frac{12 - \sqrt{144 - 4q}}{2}$$

$$1) \left( \frac{12 - \sqrt{144 - 4q}}{2} \right)^2 = \frac{12 + \sqrt{144 - 4q}}{2}$$

$$\frac{144 + 144 - 4q - 24\sqrt{144 - 4q}}{4} = \frac{12 + \sqrt{36 - q}}{2}$$

$$72 - q - 6\sqrt{144 - 4q} = 6 + \sqrt{36 - q} \quad | \cdot (-1)$$

$$q + 13\sqrt{36 - q} - 66 = 0$$

$$t = \sqrt{q}, \Rightarrow t^2 = q$$

$$t^2 + 13\sqrt{36 - t^2} - 66 = 0$$

$$t^2 + 13\sqrt{(6-t)(6+t)} - 66 = 0$$

Задача 1.4) Нельзя сделать больше 8 наборов, т.к. при этих наборах (первые 8) будут использованы первые 8 чисел без 1 (2, 3, ..., 9), а  $12 \cdot 10 > 100$  (наименьшие оставшиеся числа в произведении дают число для которого нет карточек). Примечание: карточка 1 не может участвовать ни в одном наборе, т.к.  $1 \cdot n = n$ , а у нас нет еще каких-либо карточек ( $n$ -любое). Итак, ответ — 8 наборов. (выбранные наименьшие)

Пример:  $\begin{bmatrix} 2 \\ 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 36 \\ 32 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 3 \\ 31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 33 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 4 \\ 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 98 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 96 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 5 \\ 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 6 \\ 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 90 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 33 \end{bmatrix}.$

\* Наименьшими считаются 10 и 12, а не 10 и 11, т.к.  $10 \cdot 11$  — наименьшее число, произведение которого с девяткой меньше 100, и используется тоже в первых 8 наборах