№11.1 M-11-5Ю-1

Для ответа на вопрос проверим все варианты расположения чисел и их знак. Среди чисел должно быть хотя бы одно положительное и одно отрицат. чтобы сумма была равна нулю

1) вариант: 1 число отрицательное, 3 положительных или равных нулю

d a
c b

Пусть число $d<0 \Rightarrow ad\leq 0$
$cd \leq 0$
$ab \geq 0$
$bc \geq 0$

$|d| = |a|+|b|+|c|$

Для того, чтобы проверить знак суммы произведений, сложим модули всех отрицат. произведений и положительных и сравним

$|ad|+|cd| \vee |ab|+|bc|$

Так как $d=-a-b-c$ (сумма всех чисел равна нулю), то $|d| = |a|+|b|+|c|$

отсюда следует $|d| \geq |b| \Rightarrow |ad| \geq |ab|$
$|cd| \geq |bc|$

$|ad|+|cd| \geq |ab|+|bc| \Rightarrow$ сумма модулей положительных произведений не больше суммы модулей отриц. произвед. $\Rightarrow$ общая сумма меньше нуля

1 вариант не подходит

2) вариант: 2 числа ≤ 0
2 числа ≥ 0

1 случай: отрицательные числа располож. рядом.

d a
c b

$\exists\ d\leq 0$, $a \leq 0$ $\Rightarrow$ $ad \geq 0$, $ab\leq 0$, $bc \geq 0$, $cd \leq 0$ $\Rightarrow$ Сравним $|ad|+|bc|$ и $|ab|+|cd|$

Т.к. $a+d-b-c=0$

$|a|+|d| = |b|+|c|$, т.к сум. равн. нулю $\Rightarrow -d-a=b+c \Rightarrow -(b+d)=a+c$

$|ad|+|bc|-|ab|-|cd| = ad+bc+ab+cd = a(b+d)+c(b+d) = (a+c)(b+d) =$
$= -(b+d)^2$; $(b+d)^2 \geq 0 \Rightarrow |ad|+|bc|-|ab|-|cd| \leq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Сумма модулей положительных произведений $\leq$ суммы модулей отриц. произв-ний $\Rightarrow$ общая сумма меньше или равна нулю $\Rightarrow$ 1 случай не подходит

2 случай: отриц. числа располож. на противоположных концах

d a
c b

$\exists\ d\leq 0$, $b \leq 0$ $\Rightarrow$ $ab\leq 0$, $bc \leq 0$, $cd \leq 0$, $da \leq 0$ $\Rightarrow$ сумма произведений $\leq 0 \Rightarrow$ 2 случай не подх.

1	2	3	4	5	итог	%	подпись эксперта
7	7	7	7	7	35		[signature]
7б	7б	7б	7б	7б	35		[signature]

№11.1 (продолж.)

③ варианта: 3 числа ≤ 0
1 число > 0

$\begin{matrix} d & a \\ c & b \end{matrix}$ $\exists\ c>0 \Rightarrow$ $ab \ge 0$, $bc \le 0$, $cd \le 0$, $da \ge 0$ $\Rightarrow$ Сравним $|ab|+|da|$ и $|bc|+|cd|$

$$|ab|+|da|-|bc|-|cd| = ab+da+bc+cd = a(b+d)+c(b+d) =$$
$$= (a+c)(b+d)$$

$b+d \le 0$, т.к. b и d - отриц числа

$a+c \ge 0$, т.к. $c = -a-b-d$ (сум. чисел равна нулю) $\Rightarrow |c| \ge |a|$
$c>0,\ a \le 0$

$(a+c)(b+d) \le 0 \Rightarrow$ Сумма модулей положительных произведений меньше или равна сумме модулей отриц. произведений $\Rightarrow$ общ. сумма ≤ 0

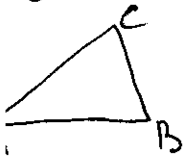
Во всех вариантах общая сумма равна или меньше нуля $\Rightarrow$ полученная сумма не может быть положительной

Ответ: нет, не может.

7б

№11.2

$$\begin{cases} \sin A + \cos B = \sqrt{2} \\ \cos A + \sin B = \sqrt{2} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} (\sin A + \cos B)^2 = 2 \\ (\cos A + \sin B)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 A + 2\sin A\cos B + \cos^2 B = 2 \\ \cos^2 A + 2\cos A\sin B + \sin^2 B = 2 \end{cases}$$



$\angle C = \pi - (\angle A + \angle B)$

$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A+B) + \sin(A-B))$

$\cos A \sin B = \frac{1}{2}(\sin(B+A) + \sin(B-A))$

$A - B = -(B-A) \Rightarrow \sin(A-B) = -\sin(B-A) \Rightarrow \sin(A-B) + \sin(B-A) = 0$

$$+\begin{cases} \sin^2 A + \sin(A+B) + \sin(A-B) + \cos^2 B = 2 \\ \sin^2 B + \sin(B+A) + \sin(B-A) + \cos^2 A = 2 \end{cases}$$

$\sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin(A+B) + \cancel{\sin(A-B)} + \cancel{\sin(B-A)} + \cos^2 B + \cos^2 A = 4$; $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$1 + 1 + 2\sin(A+B) = 4$

$\sin(A+B) = 1$; $\angle A > 0$, $\angle B > 0$ $\Rightarrow \angle A + \angle B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle C = \pi - (\angle A + \angle B) = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} = 90$

Ответ: $\angle C = 90^\circ$

7б

№ 11.4

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-9	1	1	-9	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-9	1	1	-9	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

В каждом квадрате 3×3 есть одна (-9) и восемь (1) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Сумма в каждом квадрате $3\times3 = 8-9=-$

$-1<0$

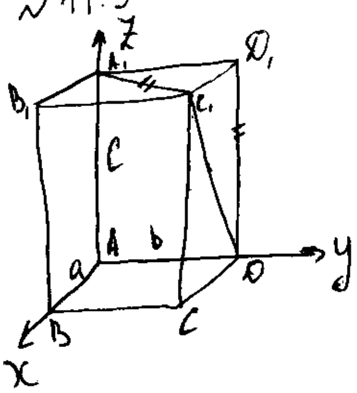
всего 60 единиц и 4 (-9) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Общ. сумма: $60\cdot1+4\cdot(-9)=60-36=24$

$24>0$

7б

№ 11.5



какой?

Поставим начало координатной оси в точку A

$A(0;0;0)$

$A_1C_1=\sqrt{A_1D_1^2+C_1D_1^2} \Rightarrow A_1C_1\neq A_1D_1$ +

$A_1C_1\neq C_1D_1$ +

Так как параллелепипед прямоугольный, то:

$A_1B_1=C_1D_1=CD=AB\neq A_1C_1$ +

$A_1D_1=B_1C_1=AD=BC\neq A_1C_1$ + $\Rightarrow A_1C_1=DD_1=CC_1=AA_1=BB_1$

$AA_1=BB_1=CC_1=DD_1$ +

$\exists$ $AB=a=CD=C_1D_1=A_1B_1$

$BC=b=B_1C_1=A_1D_1=AD$

$AA_1=c=BB_1=CC_1=DD_1$

$\widehat{C_1D, DD_1}=30^\circ=\alpha$.

$\Rightarrow$ $A_1(0;0;c)$; $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt3}{3}=\frac{C_1D_1}{D_1D}=\frac{a}{c}\Rightarrow a=c\frac{\sqrt3}{3}$

$C_1(a;b;c)$

$D(0;b;0)$; $A_1C_1=\sqrt{A_1D_1^2+C_1D_1^2}=\cancel{CD}\ DD_1$

$\sqrt{b^2+a^2}=c=\sqrt{b^2+c^2\frac13}$

$c^2=b^2+\frac{c^2}{3}$

$b=c\sqrt{\frac23}$

$\overrightarrow{A_1C_1}\{a;b;0\}$

$\overrightarrow{A_1C_1}\{c\frac{\sqrt3}{3};c\sqrt{\frac23};0\}$

$\overrightarrow{C_1D}\{-a;0;-c\}$

$\overrightarrow{C_1D}\{-c\frac{\sqrt3}{3};0;-c\}$

$\cos\widehat{A_1C_1,C_1D}=\left|\cos\widehat{\overrightarrow{A_1C_1},\overrightarrow{C_1D}}\right|=\left|\frac{-c^2\frac13}{\sqrt{\left(c^2\frac13+c^2\frac23\right)\left(c^2\frac13+c^2\right)}}\right|=\frac{\frac13}{\sqrt{\frac43}}=\frac{\sqrt3}{6}$

$\widehat{A_1C_1,C_1D}=\arccos\left(\frac{\sqrt3}{6}\right)$

Ответ: $\arccos\left(\frac{\sqrt3}{6}\right)$

7б

М-11-5 [illegible]-1

1	2	3	4	5	Итог	%	Подпи
7	7	7	7	7			

№11.3

$n \in N$

$\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}} \in N$

$$\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}} = \sqrt{n\sqrt{n \cdot n^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{n\sqrt{n^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt{n \cdot n^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{n^{\frac{7}{4}}} = n^{\frac{7}{8}} \in N$$

$n^{\frac{7}{8}} < 2219$

$n < 2219^{\frac{8}{7}}$

$\exists\ n \le a^{\frac{8}{7}},\ a^{\frac{8}{7}} \in N \Rightarrow a^{\frac{8}{7}} < 2219^{\frac{8}{7}}$

$a < 2219,\ \sqrt[7]{a} \in N$

$3^7 = 2187,\ 4^7 = 16384$

$3^7 < 2219,\ 4^7 > 2219 \Rightarrow 3^7$ ближайшее натуральное число меньше 2219 $(\sqrt[7]{3^7} = 3 \in N)$

$\Downarrow$

$a = 3^7$

$n \le 3^{7 \cdot \frac{8}{7}} \Rightarrow n \le 3^8 \Rightarrow n \le 6561$

$n^{\frac{7}{8}} \in N \Rightarrow \exists\ n = b^8 \Rightarrow b^8 \le 3^8 \Rightarrow b \le 3$

$b_1 = 1 \Rightarrow n_1 = 1^8 = 1$

$b_2 = 2 \Rightarrow n_2 = 2^8 = 256$

$b_3 = 3 \Rightarrow n_3 = 3^8 = 6561$

Ответ: $n_1 = 1$

$n_2 = 256$

$n_3 = 6561$

76