

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

1	2	3	4	5	Итого:	
48	48	48	08	48	288	Реш
70	70	70	05	70	280	13

19.1.

Будем рассматривать произносимые Карлсоном числа по порядку.

- 1) От 1 до 9 он сказал 9 слов;
 от 10 до 19 - 10 слов (однанадцать, двенадцать, ..., девятнадцать - одно слово,
 все слова обозначающие числа вида $\overline{a0}$, или $\overline{a00}$, или $\overline{a000}$ - одно слово);
 от 20 до 29 - 19 слов (от 21 до 29 по два слова, 20 - одно);
 от 30 до 39 - 19 слов;
 ...
 от 90 до 99 - 19 слов.

Тогда от 1 до 99 он сказал $9 + 10 + 19 + \dots + 19 = 19 \cdot 8 = 19 \cdot 9 = 171$ слово.

- 2) 100 - одно слово.
 3) от 101 до 109 он сказал 18 слов;
 от 110 до 119 - 10 слов + 10 слов = 20 слов (10 - из п.1), еще 10 - слово "сто" ...
 от 120 до 129 - 19 + 10 = 29 слов (19 из п.1), 10 - слово "сто" ...
 от 130 до 139 - 29 слов
 ...
 от 190 до 199 - 29 слов.

Тогда от 101 до 199 было сказано $18 + 20 + 29 \cdot 8 = 38 + 232 = 270$ слов

- 4) 200 - одно слово.
 5) от 201 до 299 - 270 слов.

- 6) от 901 до 999 - 270 слов
 7) 1000 - одно слово

Тогда всего было сказано $171 + 270 \cdot 9 + 1 \cdot 10 = 171 + 2430 + 10 = 2601 + 10 = 2611$ слов.
от 1 до 99 от $\overline{a00}$ до $\overline{a99}$ числа вида $\overline{a0}$, $\overline{a00}$, или $\overline{a000}$

Ответ: Карлсон произнесёт 2611 слов + $\frac{48}{70}$

19.2.

Мы имеем уравнение $x^2 - 12x + 9 = 0$. Пусть наши корни это x_1 и x_2 . Тогда, по теореме Виета, $x_1 + x_2 = -b = -(-12) = 12$; $x_1 \cdot x_2 = c = 9$. При этом нам известно, что $x_1 = x_2^2$. Тогда, произведя замену, получаем систему $\begin{cases} x_2^2 + x_2 = 12 & (1) \\ x_2^2 \cdot x_2 = 9 & (2) \end{cases}$

Решим (1): $x_2^2 + x_2 = 12$
 $x_2^2 + x_2 - 12 = 0$
 $D = 1^2 - 4 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49 = 7^2$
 $x_{2,1} = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3$
 $x_{2,2} = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

Примечание: смотри обратную сторону.

№ 9.2 (продолжение)

Мы получили два корня $x_2 = (3)$ и (-4) . Для каждого из них решим (2) и найдем q .

$$x_2^2 \cdot x_2 = q$$

$$x_2^3 = q$$

а) $3^3 = q,$
 $q = 27$

б) $(-4)^3 = q$
 $q = -64$

Проверим, что найденные q подходят под условие (корни различны, и один - квадрат другого):

а) $x^2 - 12x + 27 = 0$

б) $x^2 - 12x - 64 = 0$

$$D = 144 - 108 = 36 = 6^2$$

$$D = 144 + 256 = 400 = 20^2$$

$$x_1 = \frac{12 + \sqrt{36}}{2} = \frac{12 + 6}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x_1 = \frac{12 + \sqrt{400}}{2} = \frac{12 + 20}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$x_2 = \frac{12 - \sqrt{36}}{2} = \frac{12 - 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{12 - \sqrt{400}}{2} = \frac{12 - 20}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$3^2 = 9 \Rightarrow x_2^2 = x_1$$

$$(-4)^2 = 16 \Rightarrow x_2^2 = x_1$$

Оба q удовлетворяют условию.

Ответ: при $q = 27$ и $q = -64$. +7б.

№ 9.3

-2	1	2	1	-2
1	0	0	0	1
2	0	-5	0	2
1	0	0	0	1
-2	1	2	1	-2

Пример расстановки чисел.

Проверим: 1) Сумма во всей таблице: $-2 + 1 + 2 + 1 - 2 + 1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 2 + 0 - 5 + 0 + 2 + 1 + 0 + 0 + 0 + 1 - 2 + 1 + 2 + 1 - 2 = -8 - 5 + 8 + 8 = 8 - 5 = 3 > 0$.

2) Суммы в квадратах 3×3 :

2.1.

-2	1	2
1	0	0
2	0	-5

Сумма равна $-2 + 1 + 2 + 1 + 0 + 0 + 2 + 0 - 5 = 4 - 5 = -1 < 0$

Еще 3 квадрата (расположенные по углам) содержат такие же числа, следовательно их суммы так же равны $-1 \Rightarrow$ отрицательны. (Квадраты $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$)

2.2.

1	0	0
2	0	-5
1	0	0

Сумма равна $1 + 0 + 0 + 2 + 0 - 5 + 1 + 0 + 0 = 4 - 5 = -1 < 0$

Еще 3 квадрата содержат такие же числа, следовательно имеют суммы -1 , то есть отрицательные (Квадраты $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$)

2.3.

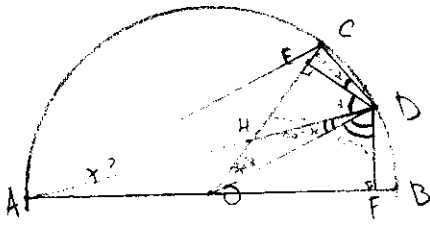
0	0	0
0	-5	0
0	0	0

Сумма равна $0 + 0 + 0 + 0 - 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = -5 < 0$.

Условия выполняются, следовательно пример верен. +7б

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

№9.5.



- 1) Пусть $\angle CDE = \angle EDA = d$
- 2) Т.к. $\angle DEC = 90^\circ$, $\angle CDE = d$, то по сумме углов: $\angle ECD = 90 - d$
- 3) $CO = OD = r \Rightarrow \triangle COD$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle OCD = \angle CDO \Rightarrow 90 - d = d + \angle HDO$
 $\angle HDO = 90 - 3d \Rightarrow \angle ODB = \angle HDO = 90 - 3d$
- 4) По сумме углов в $\triangle OCD$: $\angle COD = 180^\circ - \angle C - \angle D =$
 $= 180^\circ - 90 + d - d - d - 90 + 3d = 2d$

- 5) $\angle CDA$ - вписанной $\Rightarrow \sphericalangle AC = 2\angle CDA = 2 \cdot (d + d) = 4d$
 $\angle COD$ - центральной $\Rightarrow \sphericalangle CD = \angle COD = 2d$
 $\angle DOF = 180 - 90 - 90 + 3d = 3d$ (по сумме углов \triangle) - вписанной $\Rightarrow \sphericalangle DB = 3d$
- 6) $\sphericalangle CA + \sphericalangle CD + \sphericalangle BD = \sphericalangle AB = 180^\circ$
 $4d + 2d + 3d = 180^\circ$
 $9d = 180^\circ$
 $d = 20^\circ$

7) $\angle CAD$ - вписанной $\Rightarrow \angle CAD = \frac{1}{2} \sphericalangle CD = \frac{1}{2} \cdot 2d = d = 20^\circ$

Ответ: $\angle CAD = 20^\circ$ $\frac{4}{6}$

№9.4.

У нас есть числа от 1 до 100. Будем компоновать их используя самые маленькие множители числа и пытаться получить наибольший результат:

- 2 · 50 = 100
- 3 · 33 = 99
- 4 · 24 = 96
- 5 · 19 = 95
- 6 · 15 = 90
- 7 · 14 = 98
- 8 · 11 = 88

9 мы уже не можем взять, так как при умножении на 10 получили 90 (уже было) или не придется брать число меньше 9, которое тоже использовалось. Если мы будем пытаться изменять малые множители, то количество произведений либо уменьшится, либо останется прежним.

Ответ: 7. 05.

