УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

КОД М-10-21-7

1	2	3	4	5	Σ		
7	1	6	7	7	28	Чч	
7	1	6	7	7	28		

№10.1.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	~~21~~ −275	12	13
14	15	16	17	18
19	20	21	22	23

Если делить данный квадрат на квадраты 3×3, то в любом случае 3 клетки будут отступ от сторон квадрата 5×5 => клетка 1. (рисунок) всегда будет входить в квадраты 3×3. +

Всего клеток 25, без клетки №1 − 24.

Можно поставить числа по порядку, т.е 0, 1, 2, 3 ... 23 (24 целых числа). И в клетку 1 поставить отрицательное < сумма 0, 1, 2 ... 23!

0, 1, 2, 3 ... 23 − арифметическая прогрессия => сумма $S = \frac{a_1 + a_{24}}{2} \cdot n = \frac{0+23}{2} \cdot 24 = 12 \cdot 23 = 276$, поставим в клетку 1 число −275.

В остальные − числа от 0 до 23 (≥0).

$$\begin{array}{r} \times\,23 \\ 12 \\ \hline +\,46 \\ 23 \\ \hline 276 \end{array}$$

Таким образом, общая сумма 276 + (−275) = 1 > 0, а в любом 3×3 < 0, т.к там только часть чисел из прогрессии, а вся прогрессия больше на 1 (например, в самом большом по сумме чисел квадрате, сумма = 12+13+16+17+18+21+22+23 −275 < 0).

Т.е. данная расстановка верна.

№10.2. $\sqrt{3}, \sqrt{5}$; Доказать: можно написать 1.
можно привести пример действий.

1) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ (сложить $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$) +
2) $\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ (отнять $\sqrt{3}-\sqrt{5}$)
3) умножаем сумму и разность $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\ \sqrt{3}-\sqrt{5}) = \cancel{5-3=}\ 3-5 = -2$
4) умножаем $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = \cancel{\sqrt{8}}\ \sqrt{15}$
5) $(\sqrt{8}+\sqrt{5})$; суммируем $\sqrt{8}$ и $\sqrt{5}$
6) $(\sqrt{8}-\sqrt{5})$, разность $\sqrt{8}$ и $\sqrt{5}$

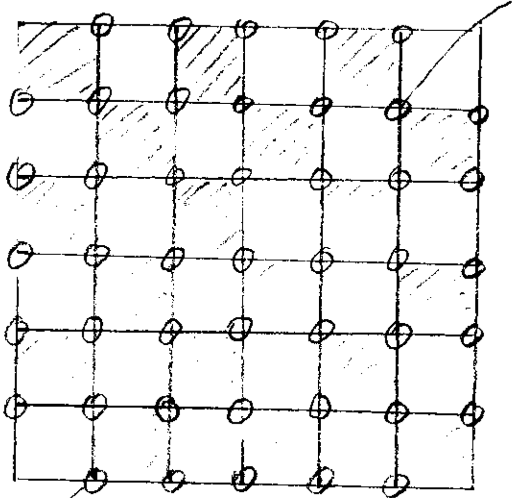
7) умножаем $(\sqrt{8}-\sqrt{5})(\sqrt{8}+\sqrt{5})=8-5=3$

8) суммируем 3 и $(-2)=1$. , -2 из п. 3). , 3 - из п. (7)

Т.к. данный логарифм приводит к 1 => можно записать 1.

(ч.т.д.)

√10.3.



~~Теоретически~~ Узлами не могут быть только угловые пересечения, т.к. они принадлежат только 1-му ~~кв~~ квадрату.

Остальные могут быть узлами

Чтобы узлами были точки на рёбрах большого квадрата расположим через одну закрашенные, т.е. закрасим через 1. крайние квадраты. Теперь понятно, чтобы узлами были точки 2-го ряда от крайних, нужно располагать так, чтобы квадраты одинакового цвета не касались сторонами. И так далее. Т.е. нужно закрасить квадрат в шахматном порядке. Обведены нужные узлы. Не входят только 4 крайних угла => это максимальное кол-во.

$5\cdot 4+5\cdot 4=40$ - всего отмеченных узлов.

Ответ: наибольшее число отмеченных узлов 40. 45 (+)

√10.4.

$y=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$. x_1 и x_2, x_3 - абсциссы

Доказать $x_1+x_2=x_3$

Пусть данная прямая $y=nx+l$. (она пересекает $y=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$ в x_1 и x_2 по условию).

Если $k>0$ графики будут таким.

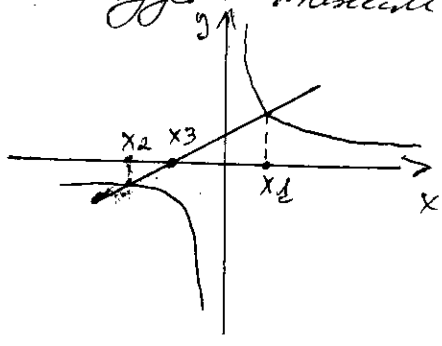


рис. 1.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

КОД М-10-21-7

1	2	3	4	5	Σ
			7		

№10.4. (у рис. 1. $nx+l=\frac{k}{x}$, $nx^2+lx-k=0$. (пересечение прямой и гиперболы)

$D=l^2+4nk$

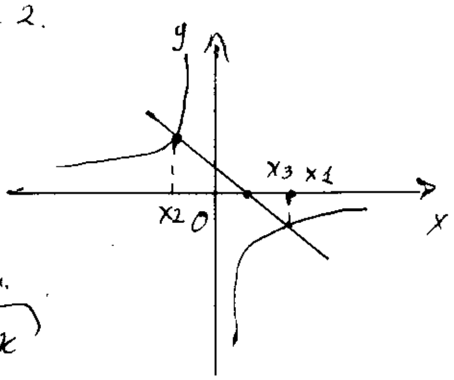
$x_1=\frac{-l+\sqrt{l^2+4nk}}{2n}$, $x_2=\frac{-l-\sqrt{l^2+4nk}}{2n}$

Пересечение прямой и Ox: $\cancel{nx^2+lx}$ $nx_3+l=0$, $nx_3=-l$, $x_3=\frac{-l}{n}$.

Тогда $x_1+x_2=\frac{-l+\sqrt{l^2+4nk}}{2n}+\frac{-l-\sqrt{l^2+4nk}}{2n}=\frac{-2l}{2n}=-\frac{l}{n}\Rightarrow x_1+x_2=x_3$ (ч.т.д)

Конечно $n\neq0$, т.к. тогда $y=l$, т.е. прямая $\parallel Ox$ и у неё нет x_3.

Если $k<0$, то рис. 2.



(+)

x_1 и x_2 просто меняются местами.

(было $x_1=\frac{-l+\sqrt{l^2+4nk}}{2n}$),

стало $x_1=\frac{-l-\sqrt{l^2+4nk}}{2n}$). Остальное не меняется (от модуля k не зависит). $D>0$, т.к. есть x_1 и x_2 по условию.

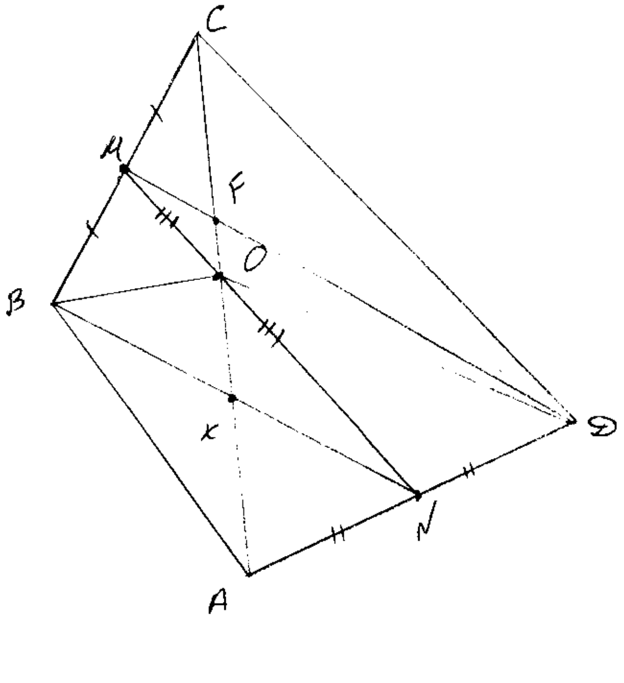
№10.5. $ABCD$ – выпуклый

$BM=CM$, $NA=DA$

$MO=ON$

$S_{ABC}=2019$

$S_{ABCD}-?$



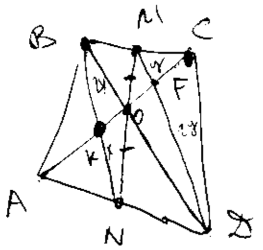
Проведём BN и MD.

1) Рассмотрим $\triangle NBM$

По теореме Менелая:

$\frac{BK}{KN}\cdot\frac{NO}{MO}\cdot\frac{MC}{BC}=1$. ~~вкто~~

$\frac{BK}{KN}\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=1$ ($MO=NO$, $MC=\frac{1}{2}BC$) $\Rightarrow$ $\frac{BK}{KN}=\frac{2}{1}$.



2) Рассмотрим $\triangle NMD$.

По теореме Менелая: $\frac{DF}{MF}\cdot\frac{MO}{NO}\cdot\frac{AN}{AD}=1$, $\frac{DF}{MF}\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=1 \Rightarrow \frac{DF}{MF}=\frac{2}{1}$

($MO=NO$, $AN=\frac{1}{2}AD$ - условие).

3) Рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle ANO$.

$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABK}+S_{\triangle KBO}$ Пусть h - высота из O к BN, тогда $S_{\triangle BOK}=\frac{1}{2}h\cdot BK$

$S_{\triangle ANO}=S_{\triangle AKN}+S_{\triangle KON}$ $S_{\triangle NOK}=\frac{1}{2}\cdot h\cdot NK$.

Пусть h_1 - высота из A к BN, тогда $S_{\triangle ABK}=\frac{1}{2}\cdot h_1\cdot BK$, $S_{\triangle AKN}=\frac{1}{2}\cdot h_1\cdot KN$

$\frac{S_{\triangle ABK}}{S_{\triangle NOK}}=\frac{BK}{NK}=\frac{2}{1}$ (п.1) и ~~$\frac{S_{\triangle BOK}}{S}$~~ $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle AKN}}=\frac{BK}{KN}=\frac{2}{1}$ (п.1) $\Rightarrow$

$S_{\triangle ABO}=2\cdot S_{\triangle ANO}$.

4) Рассмотрим $\triangle COD$ и $\triangle OMC$.

$S_{\triangle COD}=S_{\triangle OFD}+S_{\triangle FCD}$ Пусть h_2 - высота из O к AD, тогда

$S_{\triangle OMC}=S_{\triangle OMF}+S_{\triangle MFC}$. $S_{\triangle DOF}=\frac{1}{2}\cdot h_2\cdot DF$, $S_{\triangle MOF}=\frac{1}{2}\cdot h_2\cdot MF$

Пусть h_3 - высота из C к AD, $S_{\triangle CFD}=\frac{1}{2}h_3\cdot FD$, $S_{\triangle MCF}=\frac{1}{2}h_3\cdot MF$

$\frac{S_{\triangle DOF}}{S_{\triangle MOF}}=\frac{DF}{MF}=\frac{2}{1}$ (п.2), $\frac{S_{\triangle FCD}}{S_{\triangle MCF}}=\frac{FD}{MF}=\frac{2}{1}$ (п.2) $\Rightarrow S_{\triangle COD}=2\cdot S_{\triangle OMC}$.

5) $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle COD}+S_{\triangle AOD}$, $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}$.

+

$S_{\triangle ACD}=$ ~~$S_{\triangle COD}+S_{\triangle}$~~ $S_{\triangle COD}+S_{\triangle AON}+S_{\triangle NOD}$, $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BOM}+S_{\triangle OMC}$.

$\left.\begin{array}{l} S_{\triangle AON}=S_{\triangle NOD} \\ S_{\triangle BOM}=S_{\triangle OMC} \end{array}\right\}$ OM и ON - медианы $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ (медианы делят треугольник на равновеликие).

Т.е. $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle COD}+2\cdot S_{\triangle AON}$, $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+2S_{\triangle MOC}$

$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle OMC}\cdot 2+2\cdot S_{\triangle AON}$, $S_{\triangle ABC}=2\cdot S_{\triangle AON}+2\cdot S_{\triangle MOC}$ (п. 3 и 4) $\Rightarrow$

$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$.

6) $S_{ABCD}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}=2\cdot S_{\triangle ABC}=2\cdot 2019=4038$.

Ответ: $S_{ABCD}=4038$