

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

1	2	3	4	5	Σ	
7	7	7	7	7	35	30
7	7	7	7	7	35	31

№4.

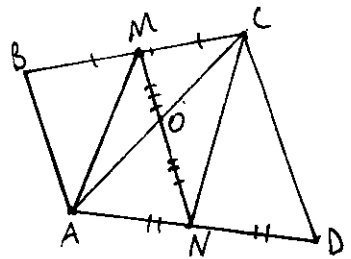
Прямая пересекает гиперболу  $y = \frac{k}{x}$  (по условию). Уравнение прямой -  $y = ax + b$ .  
Значит, будет верно равенство  $\frac{k}{x} = ax + b$ . Заметим, что  $a \neq 0$ , т.к. иначе у этого уравнения было бы только 1 решение, то есть одна точка пересечения этих графиков этих функций, а по условию их 2. Если домножить всё уравнение на  $x$ , при условии что  $x \neq 0$ , то получится уравнение  $k = ax^2 + bx$ , что равносильно квадратному уравнению  $ax^2 + bx - k = 0$ . По теореме Виета для квадратных уравнений сумма корней  $x_1$  и  $x_2$  равна  $-\frac{b}{a}$ , то есть  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ . Эти корни будут являться абсциссами точек пересечения графиков  $y = \frac{k}{x}$  и  $y = ax + b$ .

Прямая пересекает ось абсцисс в точке с абсциссой  $x_3$ , значит значение функции  $y = ax + b$  при  $x = x_3$  равно 0, то есть  $0 = ax_3 + b$ .  $-b = ax_3$ , как было сказано ранее, а не может быть равно 0, значит  $x_3 = -\frac{b}{a}$ .  $\oplus$

Сумма абсцисс точек пересечения прямой  $y = ax + b$  с гиперболой  $y = \frac{k}{x}$ , то есть  $x_1 + x_2$ , равна  $-\frac{b}{a}$ . Также, абсцисса точки пересечения прямой и оси абсцисс, то есть  $x_3$ , также равна  $-\frac{b}{a}$ . Значит  $x_1 + x_2 = x_3$ , что и требовалось доказать.

№5.

Дано:  $MN \parallel AC$  в  $m.O$ ;  
 $MO = ON$ ;  $BM = MC$ ;  
 $AN = ND$ ;  $S_{\triangle ABC} = 2019$ .  
Найти:  $S_{ABCD} = ?$



Решение: проведем отрезки  $AM$  и  $CN$ .  
Тогда, в  $\triangle ABC$   $AM$  - медиана (т.к.  $m.M$  - середина  $BC$ ), в  $\triangle AMN$   $AO$  - медиана (т.к.  $m.O$  - середина  $MN$ ), в  $\triangle CMN$   $CO$  - медиана (т.к.  $m.O$  - середина  $MN$ ), в  $\triangle ACD$   $CN$  - медиана (т.к.  $m.N$  - середина  $AD$ ).

В  $\triangle ABC$ , т.к.  $AM$  - медиана, то по св-тву медианы  $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle AMC}$ .  
В  $\triangle AMN$ , т.к.  $AO$  - медиана, то по св-тву медианы  $S_{\triangle AMO} = S_{\triangle AON}$ .  
В  $\triangle CMN$ , т.к.  $CO$  - медиана, то по св-тву медианы  $S_{\triangle COM} = S_{\triangle CON}$ .  
В  $\triangle ACD$ , т.к.  $CN$  - медиана, то по св-тву медианы  $S_{\triangle CNA} = S_{\triangle CND}$ .  
 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMC}$       $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle AMO} + S_{\triangle CMO}$  (т.к.  $m.O \in AC$ )  
 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACN} + S_{\triangle CND}$       $S_{\triangle CNA} = S_{\triangle CNO} + S_{\triangle NOA}$  (т.к.  $m.O \in AC$ )  
 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMC} = 2 \cdot S_{\triangle AMC}$  (т.к.  $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle AMC}$ );  $S_{\triangle ABC} = 2 \cdot (S_{\triangle AMO} + S_{\triangle CMO})$   
 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACN} + S_{\triangle CND} = 2 \cdot S_{\triangle ACN}$  (т.к.  $S_{\triangle ACN} = S_{\triangle CND}$ );  $S_{\triangle ACD} = 2 \cdot (S_{\triangle CNO} + S_{\triangle NOA})$   
 $S_{\triangle AMO} = S_{\triangle AON}$ ;  $S_{\triangle CMO} = S_{\triangle CNO} \Rightarrow S_{\triangle AMO} + S_{\triangle CMO} = S_{\triangle AON} + S_{\triangle CON} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$   
 $S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = 2 \cdot S_{\triangle ABC}$  (т.к.  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$ )      $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABC} = 2 \cdot 2019 = 4038$ .

Ответ: 4038.

№1.

$\oplus$  Сумма чисел во всех ~~квадратах~~ <sup>всей таблице</sup> -  $24 \cdot 1 + 1 \cdot (-9) = 15 > 0$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	-9	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Каждый квадрат  $3 \times 3$  будет иметь в себе центральную клетку исходной таблицы с числом -9. Т.к. все остальные клетки заполнены числом 1, то в каждом квадрате  $3 \times 3$  будет 8 клеток с числом 1 и одна клетка с числом -9. Значит, в каждом квадрате  $3 \times 3$  сумма чисел будет равна  $8 \cdot 1 + 1 \cdot (-9) = -1 < 0$ .

№2.

Числа  $\sqrt{5}$  и  $\sqrt{3}$  - различны, поэтому мы можем записать на доску их сумму и разность, то есть добавится два числа -  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  и  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ .

$\sqrt{5} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5} - \sqrt{3}$ , поэтому мы можем записать их произведение, то есть добавится число  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$ .

Числа  $\sqrt{5}$  и  $2$  - различны, поэтому можно записать на доску  $\sqrt{5}$  и  $2\sqrt{5}$ . Числа  $2\sqrt{5}$  и  $\sqrt{5}$  - различны, поэтому можно записать на доску их сумму -  $3\sqrt{5}$ .

Числа  $\sqrt{3}$  и  $2$  - различны, поэтому можно записать на доску  $\sqrt{3}$  и  $2\sqrt{3}$ . Числа  $2\sqrt{3}$  и  $2$  - различны, поэтому на доску можно записать их произведение -  $4\sqrt{3}$ .

Числа  $3\sqrt{5}$  и  $4\sqrt{3}$  - различны, поэтому на доску можно записать их сумму и разность -  $4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$  и  $4\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ .

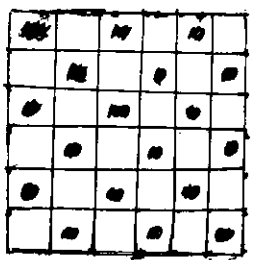
$4\sqrt{3} - 3\sqrt{5} \neq 4\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ , значит на доску можно записать их произведение -  $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{5})(4\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) = (4\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{3} - (3\sqrt{5})^2 = 16 \cdot 3 - 9 \cdot 5 = 48 - 45 = 3$ .

Числа  $3$  и  $2$  - различны, поэтому на доску можно записать их разность, то есть число  $3 - 2 = 1$ . Значит, на доске можно выписать число  $1$ , что и требовалось доказать.  $\oplus$

№3.

Если отметить узел, то обычно, приписывает одинаковое кол-во закраски к нему и не закраски к соседним клеткам. Если узел находится внутри квадрата (то есть не принадлежит ни одной из его сторон), то к нему приписывает 4 клетки, а значит чтобы его отметить, к нему придется приписать 2 закраски и 2 не закраски. Если узел находится на какой-либо из сторон квадрата, но не на его углах, то к этому узлу приписывает 2 клетки из квадрата, значит, чтобы его отметить к нему придется приписать 1 закраску и 1 не закраску. Если узел находится на углу квадрата, то к нему приписывает только 1 клетка из квадрата, значит такой узел никогда не посчитает, т.к. 1 не делится нацело на 2.  $\oplus$

Если раскрасить клетки так как на шахматной доске, (пример такой раскраски приведен ниже), то для каждого узла внутри квадрата будет приписывать 2 закраски и 2 не закраски (т.к. в шахматной доске в каждом квадрате  $2 \times 2$  есть ровно 2 черные и 2 белые клетки, значит, т.к. мы закрасивали клетки подобно шахматной доске, в каждом квадрате  $2 \times 2$  будет 2 закраски и 2 не закраски), а значит каждый узел внутри квадрата будет посчитан, то есть будет посчитано  $5 \cdot 5 = 25$  узлов. Также, к каждому узлу на стороне квадрата, но не на его углу, будет приписано 1 закраска и 1 не закраска (т.к. на шахматной доске цвета клеток чередуются, и т.к. мы закрасивали клетки подобно шахматной доске, то к каждому узлу будет приписано 1 закраска и 1 не закраска), значит все эти узлы также будут посчитаны, то есть всего будет посчитано  $25 + 5 \cdot 4 = 45$  узлов. Т.к. посчитаны все узлы, которые возможно поместить, то 45 - это максимальное количество узлов, которое может быть посчитано.



Ответ: 45.