УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

М-9-31-14

1	2	3	4	5	Итого:	
7	5	7	7	7	33	
7	5	7	7	7	33	3

№ 9.2

$x^2-12x+q=0$ x_1, x_2 — корни

$x_2=x_1^2$ $x_1\neq x_2$

! страницы расположены в сложном порядке, их номера подписаны в нижнем правом углу

$$\begin{cases} x_1x_2=q \\ x_1+x_2=-(-12)=12 \end{cases}$$ — по т. Виета

$$+\begin{cases} x_1\cdot x_1^2=x_1^3=q \\ x_1+x_1^2=x_1(x_1+1)=12 \end{cases}$$

Если x_1 — дробь, то пускай несократимая $\frac{n}{m}$

$\frac{n}{m}\cdot\left(\frac{n}{m}+1\right)=\frac{n\cdot(n+m)}{m\cdot m}$. Поскольку у n и m нет общих делителей, кроме 1 (взаимнопросты), то и числа $(n+m)$ и m тоже.

~~В противном случае~~ Док-во:

предположим, это не так. Тогда пусть ~~m+n~~ $(m+n)\vdots k$ и $m\vdots k$

Тогда $n=(m+n)-m=(m+n)+(-m)$. И $(m+n)$, и $(-m)$ кратны k, а значит, и n кратно k, противоречие. Значит, $\frac{n(n+m)}{m\cdot m}$ несократима. Она может равняться целому числу, только если $m=1$ или $m=-1$. В таком случае, и число $\frac{n}{m}$ — целое.

Теперь попробуем ~~перебрать числа от~~ подобрать числа, последовательные и подставимые в выражение $x_1(x_1+1)=12$. Произведение кратно 4, а поскольку одно из чисел x_1 и (x_1+1) нечетное (последовательные), то другое должно быть кратно 4. Возможные числа, на которые делится 12 и подходящие условию из предыдущего предложения, это ~~4, -4,~~ 4, -4, 12 и -12. Последние сразу отбрасываем, поскольку при умножении на число >1 получится результат, больший 12 и не подходящий под условие. Остается 4 и -4. Поскольку $12\vdots 3$, то и другая пара чисел должна быть кратна 3 и отличаться от 4 или -4 на 1. Это числа 3 и -3. То есть.

$x_1=3$ $(x_1+1)=4$ или $x_1=-4$ $(x_1+1)=-3$, ~~и~~

№ 9.3

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	-10	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

В любом квадрате 3×3
9 чисел „1"
1 число „-10"
сумма чисел $9\cdot1-10=-1$, $-1>0$

Сумма чисел в квадрате 5×5
равна $24\cdot1-10=14$, $14>0$

7 б

№ 9.4 ~~Сразу исключим 1, поскольку она будет давать 2 одинаковые карточки в~~

~~Предположим, что можно составить > 8 групп~~

~~Тогда~~ В каждой группе 2 множителя и 1 произведение. ~~Все множители должны быть не больше 50, в противном случае либо они будут только с еди~~ Все множители должны быть больше единицы (иначе второй множитель будет равен произведению) и не больше 50 (иначе произведение будет >100 (с учётом „выброса" единицы)).

Предположим, что может быть больше 8 наборов, хотя бы 9. Тогда множителей ~~может бы~~ хотя бы 18, и хотя бы 10 из них больше 9 (~~1 во~~ единицу выбрасываем, от „2" до „9" 8 чисел). При этом, если число больше 9, то оно должно стоять в паре с числом, не большим ~~меньшим~~ 9. ~~и не равным~~ 1 В противном случае произведение будет ~~равно~~ больше 100, и карточки ему не найдётся. Док-во: пускай числа равны $10+n$ и $10+m$, где $n\geq0$, $m>0$. Тогда их произведение равно $100+10m+10n+mn$. $100+10m+10n+mn\geqslant100+10m>100$, т.к. $m>0\Rightarrow10m>0$. Значит, каждое число, большее 9, стоит в паре с числом, не большим 9. ~~Из последних всего 8~~ Из первых хотя бы 10, а вторых 8, и первых точно строго больше. Получили противоречие, значит, больше 8 наборов составить нельзя. (пример на с.5)

$q=(x_1)^3$, и $q=(+3)^3=27$ или $q=(-4)^3=-64$

Ответ: $q=27$ или $q=-64$ решение ур-я под брак

5 б

№ 9.1

Заметим, что Карлсон называет каждую цифру 1 словом, кроме 0. ~~[illegible]~~ Кроме того, числа от 11 до 19 он ~~[illegible]~~ объединяет в одно слово (в каждой сотне). Значит, чтобы посчитать количество слов, нужно найти кол-во ~~[illegible]~~ цифр в числах от 1 до 1000 и вычесть кол-во нулей и кол-во сочетаний 11-19 на последних двух местах. Представим все числа в виде кода из 4 цифр:

$1 \Rightarrow 0001$
$11 \Rightarrow 0011$
$101 \Rightarrow 0101$.

Тогда всего таких комбинаций 1000, в каждой по 4 цифры, и всего 4000 цифр. ~~[illegible] Объединим случаи, когда~~

0 на 1 месте стоит в 999 случаях (1-999)

0 на 2 месте стоит в 99 случаях (1-99) с 2значными числами ~~[illegible]~~ и 1 раз в 1000, итого 100 случаев

0 на 3 месте стоит ~~99~~ 110 раз ~~с однозначными, и еще~~ (1-9) ~~с однозначными, и еще 9 раз с числами от 0101-00~~

(по 10 раз в каждой сотне (...00-...09) ~~но~~ в 1~~1~~0 сотнях (от 0 сотен до ~~1~~9); (в первой сотне 9 раз, т.к. нет 0000, но в числе 1000 есть ещё один 0, компенсация)

0 на 4 месте стоит в 100 случаях (количество чисел, кратных 10)

Итого: $999 + \cancel{[illegible]}\,100 + \cancel{110}\,100 + 100 = \cancel{1309}\,1299$ нулей

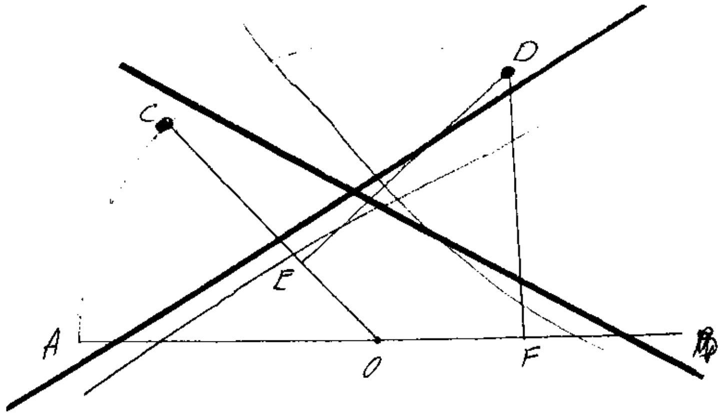
Теперь учтем 11-19 на конце. ~~всего~~ В каждой сотне их по 9, всего сотен 10, суммарно 90. Поскольку вместо 2 слов Карлсон говорит 1 слово, каждое такое сочетание уменьшает кол-во слов на 1. Значит, Карлсон произнёс

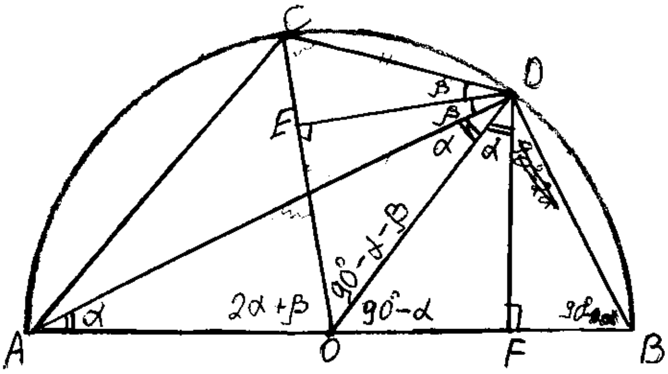
$4000 - \cancel{1309}\,1299 - 90 = \cancel{[illegible]}\,4000-1389 = \cancel{[illegible]}\,2611$ слова

Ответ: ~~[illegible]~~ 2611 слово произнёс Карлсон 7 б

С.2

№ 9.5





Дано:
AB - диаметр; O - центр
~~∠CDA = ∠~~ ∠CDE = ∠ADE;
∠ADO = ∠FDO; DE ⊥ CO;
DF ⊥ AB

Решение:
Поскольку AO = OD (радиусы), то △AOD - р/б, и ∠DAO = ∠ADO = ∠ODF = α. ~~Заметим, что ∠ADB опирается на диаметр, и ∠ADB = 90°~~ ~~Тогда ∠FDB = 90° − 2α~~ Заметим, что △ADF - прямоугольный (∠F = 90°), а значит ∠FAD = 90° − ∠FDA, и α = 90° − 2α ⟹ 3α = 90° ⟹ α = 30°. Теперь увидим, что ∠ADB опирается на диаметр, и значит ∠ADB = 90°. Тогда в прямоуг. △ADB ∠B = 90° − ∠A, ∠ABD = 90° − α. Поскольку четырехугольник ACDB - вписанный, то ∠ACD = 90° + α.

Теперь обозначим углы ∠CDE и ∠ADE за β. Тогда
∠CDB = ∠ADB + ∠CDA = 90° + 2β. Найдём ∠COB
∠COB = ∠COD + ∠DOB. ∠COD = 90° − β − α (△OED - прямоуг., ∠E = 90°, ∠O = 90° − ∠D); ∠DOB = 90° − α (△OFD - прямоуг. ∠F = 90°, ∠O = 90° − ∠D)
∠COB = (90° − α − β) + (90° − α) = 180° − 2α − β. Тогда ∠AOC = 2α + β (как смежный). В таком случае, дуга AC равна ∠AOC, и ∠ADC = $\frac{\angle AOC}{2}$ ⟹ $2\beta = \frac{2\alpha+\beta}{2}$ ⟹ 4β = 2α + β ⟹
⟹ 3β = 2α ⟹ $\beta = \frac{2}{3}\alpha = \frac{2}{3}\cdot 30° = 20°$. Тогда
∠CAD = 180° − ∠ACD − ∠ADC (по сумме углов в △), и
∠CAD = 180° − (90° + α) − 2β = 180° − 90° − α − 2β = 90° − 30° − 2·20° = 20°

Ответ: ∠CAD = 20°

7 б

С.3

Пример:

$2 \cdot 50 = 100$
$3 \cdot 31 = 93$
$4 \cdot 23 = 92$
$5 \cdot 19 = 95$ +
$6 \cdot 15 = 90$
$7 \cdot 13 = 91$
$8 \cdot 12 = 96$
$9 \cdot 11 = 99$

7б