

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
7	5	x	5	1	18	Чет

Задача 8.1

$$9 + 8 + 7 + 6 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Задача 8.2.

В каждой сотне минимум 20 единиц и 20 двоек (миним. сотен 20 ;  $20 \cdot 20 : 100 \approx 20$ )

- 1) в числе от 100 до 199 в разряде сотен 1, следовательно единиц в этой сотне на 100 больше минимума.  
в числе от 200 до 299 в разряде сотен 2, следовательно двоек в этой сотне на 100 больше минимума.
- 2) в числе от 1100 до 1199 в разряде сотен 1, следовательно единиц в этой сотне на 100 больше минимума.  
в числе от 1200 до 1299 в разряде сотен 2, следовательно двоек в этой сотне на 100 больше минимума.
- 3) в числе от 1000 до 1999 в разряде тысяч 1, следовательно единиц в этой тысяче (10 сотен) больше еще на 1000.
- 4) в числе от 2000 до 2020 12 единиц и 23 двойки.

Итого всего единиц :  $20 \cdot 20 + 100 + 100 + 1000 + 12 = 1612$ ; всего двоек:  $20 \cdot 20 + 100 + 100 + 23 = 623$ .  
следовательно при выписывании натуральных чисел от 1 до 2020 больше выписали цифр единиц на  $1612 - 623 = 989$ .

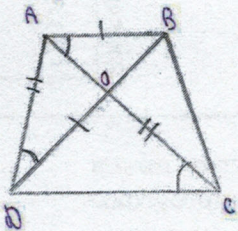
Ответ: было выписано на 989 единиц больше чем двоек.  
*пример. 00000000*

Задача 8.5.

- 1) Т.к. по условию Вася старше Лены, а если поменять местами цифры возраста Васи, получится возраст Лены то кол-во десятков возраста Васи. Больше кол-во его единиц (иначе Лена окажется старше, что противоречит условию), кол-во единиц не может быть равно 0, т.к. целые числа с 0 не пишутся.
- 2) по условию разность квадратов возрастов равна квадрату целого числа.  
пусть  $a$  - возраст Васи,  $b$  - возраст Лены.  $\Rightarrow a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $a-b = \text{квадрат числа } c$   
 $a+b = \text{квадрат числа } d$   
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 = \text{квадрат целого числа } e$ ; следовательно сумма и разность возрастов являются квадратами неких чисел. **неверно**
- 3) исходя из 1 пункта, все возможные возраста Васи : 21, 31, 32, 41, 42, 43, 51, 52, 53, 54, 61, 62, 63, 64, 65, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98.  
возраст Лены "зеркален" возрасту Васи и их сумма равно числу, кратному 11 ;  
сумма возрастов Лены и Васи может быть равна 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165.  
из всех возможных сумм возрастов только 121 является квадратом целого числа (квадратом 11)  
из всех возможных сумм возрастов 92 и 29 ; 83 и 38, 74 и 47 ; 65 и 56.  
121 - сумма возрастов 92 и 29 ; 83 и 38 ; 74 и 47 ; 65 и 56.  
разность возрастов 92 и 29 равна 63 ; 83 - 38 = 45 ; 74 - 47 = 27 ; 65 - 56 = 9.  
63, 45 и 27 не являются квадратами целых чисел, 9 - квадрат 3.  
 $(65+56)(65-56) = 121 \cdot 9 = 11^2 \cdot 3^2 = 33^2 = 1089$ ; противоречий нет, следовательно Вася 65 лет, Лена 56 лет.

Ответ: Вася 65 лет, Лена 56 лет.

Задача 8.4.



Дано:  
 ABCD - четырехугольник.  
 O - точка пересечения  
 AB = OD; OC = AO.  
 $\angle BAC = \angle ADB$ .  
 доказать что ABCD - трапеция.

Доказательство:

1)  $\angle DOC$  - внешний  $\angle \triangle DOA$ ;  $\angle DOC = \angle DOA + \angle AOD$  т.е.  $\angle DOC = \angle DOA + \angle ADB$ .  
 т.к.  $\angle ADB = \angle BAC$  (по условию) то  $\angle DOC = \angle DOA + \angle BAC$   
 $\angle DOA = \angle DOA + \angle BAC$ , следовательно  $\angle DOC = \angle DOA$ .

2)  $\triangle DOA$  и  $\triangle DOC$ ; 1)  $\angle DOC = \angle DOA$  (пункт 1)  
 2)  $AO = OD$  (по условию)  
 3)  $OA = OC$  (по условию)  
 следовательно  $\triangle DOA = \triangle DOC$  (по двум сторонам и углу между ними, I признак равенства треугольников)

3) т.к.  $\triangle DOA = \triangle DOC$  то  $\angle ADB = \angle DCO$ , а эти накрест лежащие при прямых AB и DC и секущей AC, следовательно  $AB \parallel DC$ .

4) т.к.  $AB \parallel DC$  то ABCD - трапеция.

Каждо г-ль, это не параллелограмм.

