

	1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
АВТ	7	5	7	4	0	23	<i>[Signature]</i>
«ЦЕН»	7	5	7	4	0	23	<i>[Signature]</i>

1	2	3	4	5	Σ
7	5	7	4	0	
7	5	7	4	0	
7	5	7	4	0	

№ 11.1

$$2021^6 + 2022^6 + 2023^6 + 2024^6 + 2025^6$$

Последнюю цифру числа при произведении или можно получить путем перемножения последних цифр множителей

То есть $12 \cdot 21$ оканчивается на $2 \cdot 1 \equiv 2$ (еще нужно взять $\text{mod } 10$)



2021^6 оканчивается на $1^6 \text{ mod } 10 = 1$

2022^6 оканчивается на $2^6 \text{ mod } 10 = 64 \text{ mod } 10 = 4$

2023^6 оканчивается на $3^6 \text{ mod } 10 = 81 \cdot 9 \cdot 9 \text{ mod } 10 = (81 \cdot 9) \text{ mod } 10 = 9$

2024^6 оканчивается на $4^6 \text{ mod } 10 = 2^{12} \text{ mod } 10 = 4096 \text{ mod } 10 = 6$

2025^6 оканчивается на $5^6 \text{ mod } 10 = 5$ т.к. $5 \cdot 5 = 25$ (то есть степени пятёрки всегда на неё и заканчиваются)

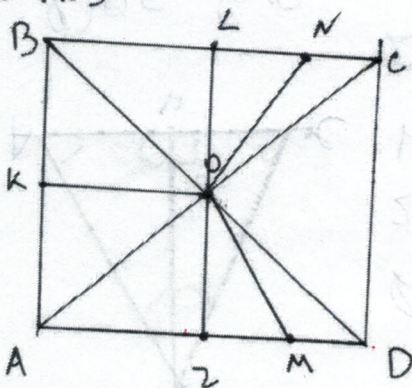


Последние цифры суммируют будет

$$(1 + 4 + 9 + 6 + 5) \text{ mod } 10 = 5$$

Ответ: 5

№ 11.3



Дано: ABCD - квадрат, AC ∩ BD в т.О, K ∈ AB, AK = KB, M ∈ AD, B ∈ EN, S_{KBNO} = S_{NCMO} = S_{KOMA}
Найти: $\frac{AM}{MD}$ - ?

Решение: ΔAOB - равн. бо. с. р. т.к. BO = OA
т.к. BD и AC - диагонали квадрата,

OK - медиана, высота, биссектриса, т.к. BK = KA и ΔAOB - равн. бо. с. р. (OB = OA)

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

$$S_{ОВК} = S_{ОКА} = \frac{1}{2} \cdot OK \cdot \frac{1}{2} AB \quad \text{т.к.} \quad \frac{1}{2} AB = BK = KA$$

$$\text{в } \triangle BOC: S_{BON} + S_{ONC} = S_{BOC}$$

Проведем $ZL \parallel CD$ ($ZL \cap T.O$) $\Rightarrow ZL \perp BC$ и $ZL \perp AD$ т.к. $ZL \parallel CD$ и $CD \perp BC$ и $CD \perp AD$.

OL - высота $\triangle BOC$ и OZ - высота $\triangle AOD$

$$S_{НОКВ} = S_{АКОМ} \Rightarrow S_{КВО} + S_{BON} = S_{КАО} + S_{АОМ} \Rightarrow S_{BON} = S_{АОМ} \quad \text{т.к.}$$

$$S_{КВО} = S_{АКО}$$

~~$$S_{AM} = S_{BN} \quad \text{т.к.} \quad S_{BON} = S_{AOM}$$~~

$$S_{BON} = S_{AOM} \Rightarrow \frac{1}{2} OL \cdot BN = \frac{1}{2} OZ \cdot AM$$

~~$S_{BOC} = S_{AOD}$ т.к. $\triangle BOC = \triangle AOD$ т.к. $AD = BC$ (т.к. $ABCD$ - квадрат),~~
 $\angle OAD = \angle OCD$ (т.к. $\angle OAD$ и $\angle OCD$ - накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и сек. AC)
 $\angle ODA = \angle OBC$ (т.к. $\angle ODA$ и $\angle OBC$ - накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и сек. BD)
 \Downarrow
 $OL = OZ$

$$\frac{1}{2} OL \cdot BN = \frac{1}{2} OZ \cdot AM \quad \text{и} \quad OL = OZ \Rightarrow BN = AM \Rightarrow NC = MD \quad \text{т.к.} \quad AD - AM =$$

$$= BC - BN = NC = MD \Rightarrow S_{ONC} = S_{OMD} \quad \text{т.к.} \quad S_{ONC} = \frac{1}{2} NC \cdot OZ \quad \text{и} \quad S_{OMD} = \frac{1}{2} MD \cdot OZ, \quad \text{и}$$

$$LO = OZ, \quad \text{и} \quad NC = MD,$$

$$S_{BOK} + S_{КОМА} = S_{MONC} \quad S_{АКО} + S_{АОМ} = S_{OMD} + S_{ONC} + S_{OCD}$$

$$S_{АКО} + S_{АОД} - S_{OMD} = S_{OCD} + 2S_{OMD} \quad S_{АКО} + S_{АОД} = 3S_{OMD} + S_{OCD}$$

$$S_{АОД} = S_{OCD} \quad \text{т.к.} \quad AC \text{ и } BD - \text{диагонали квадрата (} AO = OC, OD - \text{общая,}$$

$$AD = DC \Rightarrow \triangle AOD = \triangle ODC)$$

$$S_{АКО} = 3S_{OMD} \quad \frac{1}{2} AK \cdot KO = \frac{1}{2} \cdot OZ \cdot MD \cdot 3 \quad AK = AB/2 \quad AB = AD \quad \text{т.к.}$$

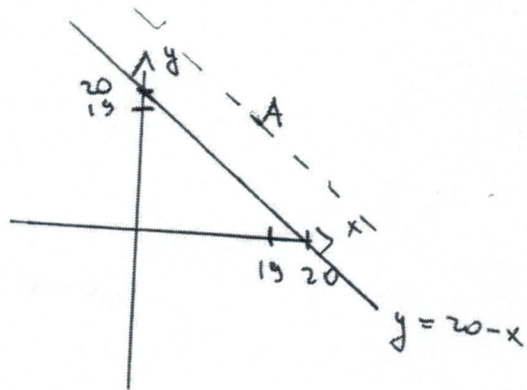
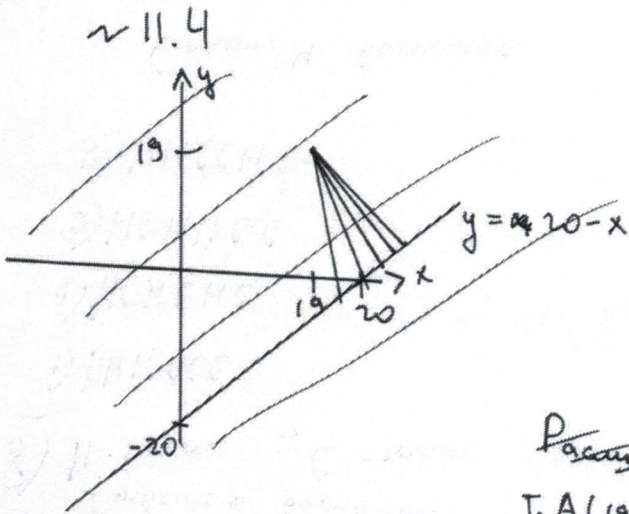
$$ABCD - \text{квадрат}$$

$$\frac{AD}{4} \cdot KO = \frac{3}{2} OZ \cdot MD \quad KO = OZ \quad \text{т.к.} \quad AKOZ - \text{квадрат т.к.} \quad AK = AZ = \frac{1}{2} AB =$$

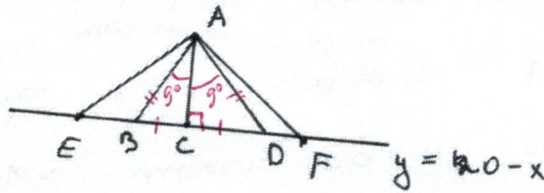
$$= \frac{1}{2} AD \quad \text{и} \quad OK \perp AK \quad \text{и} \quad KO \perp AZ \quad (ABCD - \text{квадрат}) \quad \frac{AD}{4} = \frac{3}{2} \cdot MD \quad AD = 6MD$$

$$AM = AD - MD = 5MD \quad \frac{AM}{MD} = \frac{5}{1} = 5 \quad \text{Отсюда:} \quad \frac{AM}{MD} = 5$$

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
 АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
 «ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»



Рассмотрим ~~Рассмотрим~~ ~~маленький~~ ~~каждый~~ ~~прямые~~ из
 Т. А (19, 19) будет перпендикулярна прямой
 $y = 20 - x$



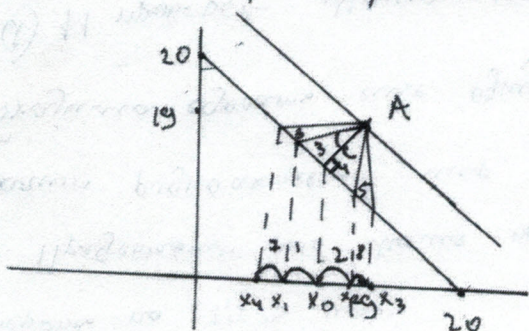
$$\begin{aligned} \angle BAC &= \angle CAD = 90^\circ \\ \angle BCA &= \angle ACD = 90^\circ \\ \angle ABC &= \angle CDA \text{ т.к.} \\ 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA &= \\ &= 180^\circ - \angle CAD - \angle ACD \end{aligned}$$

AC - общая сторона $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$

$$\triangle ABC = \triangle ACD \Rightarrow BC = CD \neq AB = AD$$

$$\angle ABE = \angle ADF \text{ т.к. } 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle ADC \quad \angle BAE = \angle DAF = 90^\circ +$$

$\triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow EB = DF$ и $AE = AF$, А неограниченно можно
 из \triangle доказать где все последующих \Rightarrow у каждого треуголь-
 ника вершина которого является Т. А, угол между прямыми x -
 делением из этой вершины равен 90° и основанием на прямой
 $y = 20 - x$, есть равной ему \triangle угольник



основание?

$$\begin{aligned} 1=2 \text{ т.к. } 3=4 \\ 7=8 \text{ т.к. } 6=5 \end{aligned}$$
~~$$x_0 = x_1 + x_2$$~~
~~$$x_0 - x_1 = x_2 - x_0$$~~
~~$$x_0 - x_1 + x_2 = 2x_0$$~~

$$\begin{aligned} x_2 + x_1 &= x_3 + x_4 \\ x_2 &= x_0 + 2 \\ x_1 &= x_0 - 1 \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 = x_0 + 2 + x_0 - 1 = 2x_0$$

Аналогично где $x_3 + x_4$

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

$x_3 = x_0 + 2 + 8$ $x_4 = x_0 - 1 - 7$

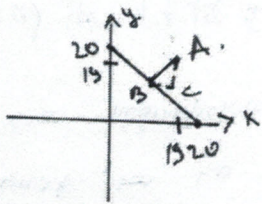
неудачное сокращение.

$x_3 + x_4 = x_0 + 2 + 8 + x_0 - 1 - 7 = 2x_0$

Из этого все следует ~~то~~ что попарная сумма абукс пересече-
ние дает ~~то~~ $2x_0$, а так как пар бюджет $30/3 = 10 \Rightarrow$ Чтговая
сумма будет $10 \cdot 2x_0$

Найдем x_0

*потеряна || прямая
(не учтена)*



Т.А (19; 19), $AB \perp y = 20 - x$

Прямая прямая AB имеет формулу $y = x$

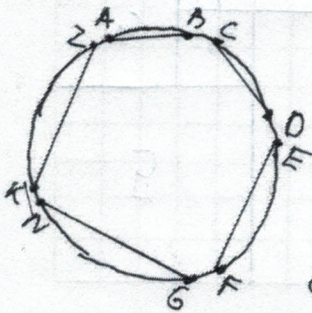
$20 - x = x$

$x = 10 \Rightarrow$ Т.В (10; 10) $\Rightarrow x_0 = 10$

$10 \cdot 2x_0 = 10 \cdot 20 = 200$

Ответ: 200

~ 11.5



AB, CD, EF, NK, ZK - основания треугольников

При 5 треугольниках уже используется 15 точек
Осталось 25



Пусть CDM - один из пар совмещенных оснований
по треугольникам

Дуга MD может отнять только 2 точки
вот вариант
Дуга CD отекла
невозможно было составить треугольник,
с дугой CM. «И того дуга CD отекла
вершина \neq \Rightarrow каждый треугольник
более 4 точек +

*н/с/с
располож. точек*

не может
 $4 \cdot 5 = 20$

$25 - 20 = 5$

Если эти точки ~~находятся~~ на дугах DE, FG, NK, ZA, BC, тогда
Оставшиеся ~~ка-то~~ точек равны 5

- Если ~~ва~~ три точки находятся на дугах DE, FG, NK, ZA, BC, тогда
треугольник никак не пересечется с остальными.
- Если две точки находятся на одной дуге, тогда соединив с
их третьей точкой эту дугу не будут пересекаться. Т.к хорды \perp
касания на пересекание дуг не пересекаться.

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

и аналогично ³ Если все три точки лежат на разных дугах. При таком способе изолирование понимается ^{не изолировано} каким-то числом точек которые можно соединить, если сделать ~~какую-то~~ изолировать по дугам тогда в любом случае на одной из дуг будет более чем 1 точка т.к кол-во дуг вне треугольника равно 5, а точек более или равно 5.

Ответ: ч.т.д.

Точки лежащие на разных дугах не будут пересекать стороны или дуги других треугольников т.к эти точки не лежат на вершинах или дугах хорды и находится в и на вершинах хорды не находится на дугах принадлежащих другим хордам.
ч.т.д.

11.2

* Пусть - x - кол-во побед y - кол-во матчей

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{6} = \frac{x+1}{y+1}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{2}{6} = \frac{x+3}{y+3}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{2} = \frac{x+3+4}{y+3+4} \quad \textcircled{1} \quad 50$$

Аналогично ~~то~~ $\frac{2x+4}{2y} = \frac{x+3+4}{y+3+4}$