1	2	3	4	5	[illegible]
7	7	7	x	x	21

М-10-6

Задание № 10.1) Запишем исходные равенства в виде системы:

$$\begin{cases} a^2-bc=b^2-ac \\ a^2-bc=c^2-ab \\ b^2-ac=c^2-ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=bc-ac \\ a^2-c^2=bc-ab \\ b^2-c^2=ac-ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b)=c(b-a) \\ (a-c)(a+c)=b(c-a) \\ (b-c)(b+c)=a(c-b) \end{cases}$$

Как уже было оговорено каждая из разностей $\neq 0$, $\Rightarrow$ на них можно разделить выражения:

$$\begin{cases} a+b=-c \\ a+c=-b \\ b+c=-a \end{cases}$$

; данные равенства применимы для всего множества действительных чисел a, b, c; исключение бы составил 0, но этот случай противоречит вопросу задачи (см. выше).

Подставим получившиеся значения сумм в ~~искомое~~ выражение, стоящее в вопросе задачи:

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{b+a}=\frac{a}{-a}+\frac{b}{-b}+\frac{c}{-c}=-1-1-1=\underline{\underline{-3}}$$

(Любое число при делении на противоположное даёт в частном -1)

Итак, для любых $a, b, c \neq 0$ (этот случай не рассматривается), искомая величина равна (-3).

Ответ: величина принимает значение $\underline{\underline{-3}}$.

Задание № 10.3) Представим число a как произведение простого числа p на некоторое неполное частное n плюс остаток y. Заметим, что остаток (y) будет возводиться в квадрат при возведении в квадрат числа a;

(*) $a^2=(pn+y)^2=p^2n^2+2pny+y^2$, $y^2 \not\vdots\, p$, т.к. $y \not\vdots\, p$ из того, что он — остаток, а $y^2=y\cdot y \Rightarrow y^2 \not\vdots\, p$, то есть является остатком (некратным слагаемым в составе числа a^2)

Неверное утв.

Учитывая, что $a+b \vdots p$, то $\Rightarrow$ остаток от деления b на p $+ y = p$, иначе будем иметь некратное слагаемое, состоящее из суммы остатков. Отсюда выразим остаток от деления b на p как $(p-y)$.

Для выражения a^2+4b^2 сумма некратных слагаемых (из выраж. (*)) будет записываться как: $y^2+4(p-y)^2 \vdots p$ (из условия)

$$y^2+4(p-y)^2=y^2+4p^2+4y^2-8py=\underline{5y^2}+4p^2-8py \vdots p$$

Из данной записи видно, что $(-8py)$ и $4p^2$ кратны p (имеют такой множитель), но чтобы всё выражение было кратно p, $5y^2$ должно быть тоже кратно p. Однако из написанного выше мы знаем, что $y^2 \not\vdots\, p$, $\Rightarrow 5 \vdots p$, но 5 — простое число, его делители (натуральные, т.к. p — простое) 1 и 5, $p \neq 1$, т.к. 1 — не простое число, но 5 — простое, $\Rightarrow p=\underline{5}$.

Продолжение на стр. 3.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД
М-10-6

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

Задание № 10.3) Замечание: Справедливости ради, отметим, что при делении числа a^2 на p мы можем получить остаток, который не равен y^2, по крайней мере на первый взгляд. Однако полученный остаток – это остаток от деления y^2 на p (если $y^2 \geqslant p$), то есть мы можем представить число a^2 и с остатком y^2 при делении на p (отбираем у неполного частного несколько единиц, которые при умножении на p и прибавлении фактического остатка тоже дадут в сумме слагаемое y^2). Очевидно, что для чисел a^2 и $4b^2$ сумма таких слагаемых-остатков (y^2 и $(p-y)^2$ соотв.) должна обратиться в число, кратное p, в таком и только таком случае мы получим фактический остаток равный нулю (то есть число a^2+4b^2 начело поделится на p, т.к. все его слагаемые окажутся кратны p)

Ответ: p может принимать значение числа $\underline{\underline{5}}$.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

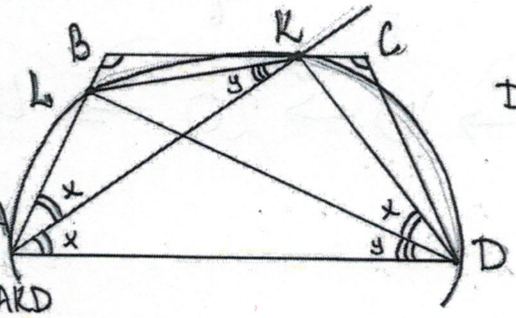
КОД

М-10-6

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

Задание № 10.2)

Дано:
$ABCD$ – р/б. трапеция
$AD \parallel BC$, $AB=CD$
AK – биссек, $K \in BC$
$\omega(O; r)$ – опис. для $\triangle AKD$
$\omega(O; r) \cap AB = L$
Док-ть:
$BL = KC$



Док-во: $\angle B = \angle C = 180^\circ - \angle A$ (по св. р/б. трапеции), примем $\angle A = \angle CDA$ (по св.) $= 2x$, тогда $\angle BAK = \angle KAD = x$, а $\angle B = \angle C = 180^\circ - 2x$ (AK – биссек., а $\angle B$ и $\angle A$ – одност. при $CB \parallel AD$)
Т.к. $\angle B = 180^\circ - 2x$, $\angle BAK = x$, а $\Sigma\angle$ в $\triangle$ – 180° (т. о сумме $\angle$ в $\triangle$), то $\angle BKA = 180^\circ - \angle B - \angle BAK = 180^\circ + 2x - x - 180^\circ = x$, отсюда $\triangle ABK$ – р/б., то есть $AB = BK$, но из усл. $AB = CD$, $\Rightarrow$ $AB = BK = CD\ (*)$. Помимо этого $ALKD$ – ~~впис.~~ впис. четырёхугольник, то есть по свойствам сумма его противоположных $\angle$ равна 180°, откуда $\Rightarrow$ $\angle LAD + \angle LKD = 180^\circ$, $\Rightarrow \angle LKD = 180^\circ - \angle LAD = 180^\circ - 2x$. Также рассмотрим вписанные углы, опирающиеся на одну дугу $\angle LDK$ окажется равен $\angle LAK = x$, т.е. ~~$\angle LDK =$~~ $\angle LDK = x$, $\angle LKA = \angle LDA$ (опир. $\overset{\frown}{AL}$) $= y$ (обозначим их так). Тогда в $\triangle ALK$ по сумме $\angle$, $\angle ALK = 180^\circ - x - y$, $\Rightarrow$ смежный с ним $\angle BLK = x + y$ (сумма смеж. $\angle = 180^\circ$), теперь уже в $\triangle BLK$ сумма $\angle = 180^\circ$, $\Rightarrow \angle BKL = 180^\circ - x - y - \angle B$; тем временем $\angle KDC = 180^\circ - \angle ADL - \angle LDK - \angle C$ (т.к. $\angle ADC$ и $\angle C$ одност. при $BC \parallel AD$ по усл.) $= 180^\circ - x - y - \angle C$. Однако мы знаем, что $\angle B = \angle C$ (одност. с углами $\angle A = \angle D$ по св. р/б. трапеции), $\Rightarrow$ $\angle BKL = 180^\circ - x - y - \angle B = 180^\circ - x - y - \angle C = \angle KDC$. Но тогда из написанного ранее $(*)$ мы видим, что $BK = CD$, $\angle KDC = \angle BKL$, а $\angle B = \angle C$, то есть $\triangle BKL = \triangle KDC$ по II пр. $\triangle$. Отсюда все элементы соотв. равны, $\Rightarrow BL = KC$ ■

Задание № 10.1) Сразу заметим, что из условия выполнения равенства $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$ следует, что ни одно из чисел a, b, c не равно 0, т.к. в этом случае (пусть $a = 0$) $0 - bc = b^2 - 0 = c^2 - 0$, что истинно только при условии того, что $b = -c$, но тогда величина $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$ не определяется, ибо дробь $\frac{a}{b+c}$ имеет знаменатель равный 0.
Итак, каждое из чисел $a, b, c \neq 0$. Они также из условия различны между собой, то есть никакая из разностей $(a-b), (b-c), (a-c) \neq 0$ (это понадобится нам позже). Продолжение решения на стр.2.