

M-8-10

1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
7	7	0	7	5	26	Чет.

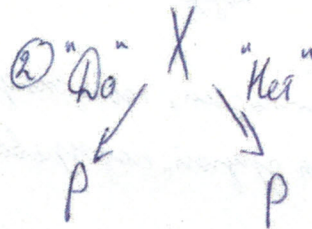
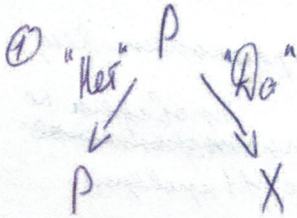
8.5

... а Леше 56 лет

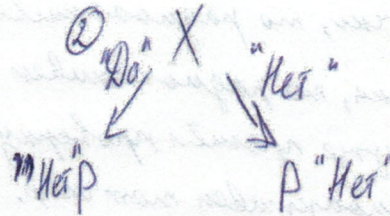
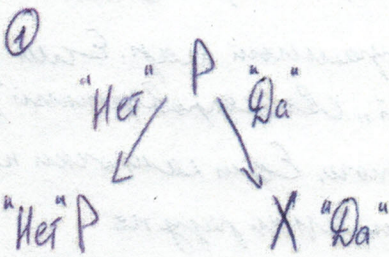
Ответ: Васе - 65 лет, Леше - 56 лет.

8.3

1. Мы спрашиваем у 1: "Второго кого я спрошу будет хитрец."



2. "Среди вас кого я еще не спрашивал есть хитрец, если "Да" то ты хитрец, а если "Нет" то ^{третий} хитрец?"



Т.е. если первый сказал "Да" и второй сказал "Да", то второй - хитрец, если же второй сказал "Нет", то 1-хитрей...

И так по аналогии мы можем проверить каждого и выявить кто из них хитрец.

M-8-20

§.5.

Васе \overline{xy} лет.

Лёше \overline{yx} лет

причём $\overline{xy} > \overline{yx}$.

$$(\overline{xy})^2 - (\overline{yx})^2 = n^2, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$$

$$(\overline{xy} - \overline{yx})(\overline{xy} + \overline{yx}) = n^2$$

$$(10x+y - 10y-x)(10x+y + 10y+x) = n^2$$

$$99x^2 + 99xy - 99xy - 99y^2 = n^2$$

$$99(x-y)(x+y) = n^2 \Rightarrow x > y, \text{ т.к. } n^2 > 0, \text{ и } \overline{xy} > \overline{yx}, \text{ поэтому } x \neq y.$$

$$99 = 3^2 \cdot 11, \text{ т.е. } 3^2 \cdot 11(x-y)(x+y) = n^2$$

$$\sqrt{3^2 \cdot 11(x-y)(x+y)} = n$$

$$3 \cdot \sqrt{11(x-y)(x+y)} = n.$$

Рассмотрены не
все случаи

Значит $(x-y)(x+y)$ - это 11 умноженное на квадрат какого-то числа,
(т.к. $(\sqrt{11(x-y)(x+y)}) \in \mathbb{Z}$).

11 - нечетное число, а чтобы получить нечетное число надо сложить или
отнять, четное и нечетное число, а значит мы можем получить
11 и квадрат нечетного числа.

$$1) (x-y)(x+y) = 11 \cdot 1^2$$

Отсюда $x=6$, а $y=5$
(т.к. $x > y$).

$$2) (x-y)(x+y) = 11 \cdot 3^2$$

$(x+y) = 11$, т.к. x и y - однозначные числа,
значит $(x-y) = 3^2$, тогда $x=9$, а $y=0$, но.

$9+0 \neq 11$, а значит мы не сможем получить
квадрат ~~нечетных~~ нечетных чисел, начиная с 3.

$$\text{Может быть } (x-y)(x+y) = 11 \cdot 2^2$$

А это означает что у нас есть один вариант, где $x=6$, а $y=5$, тогда Васе 65 лет, а Лёше..

8.2.

Посчитаем единицы:

1) В однозначных числах: 1

2) В двухзначных числах: $9 \cdot 1 + 10 = 19$

считаем единицы в разряде десятков
считаем единицы в разряде единиц

3) В трёхзначных числах: $9 \cdot 19 + 100 = 271$ (так же считаем как и в пункте 2.)

4) В 1000: $1000 + 271 = 1271$ (единица)

5) от 2000 до 2020: $10 + 1 + 1 = 12$

единица в разряде десятком
↑
вторая единица в разряде единиц
↑
в числе 2001

Посчитаем двойки:

1-3) так же по аналогии как мы считали единицы

4) В 1000: 271 (двойки)

5) от 2000 до 2020: $21 + 1 + 2 = 24$

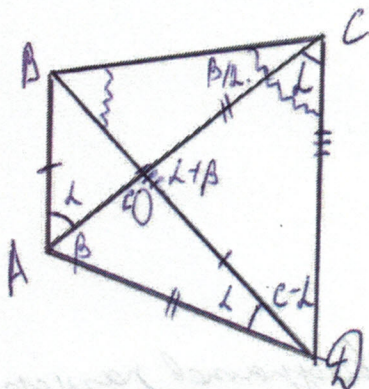
двойки в разряде тысяч
↑
двойки в разряде десятков
↑
двойки в разряде единиц (т.е. в числе 2002 и 2012)

Т.к. число единиц и двоек в однозначных, двухзначных и трёхзначных числах одинаковое, то их мы считать не будем.

Получается: $(1271 + 12) - (271 + 24) = 1000 - 12 = 988$ ^(цифр) единиц больше чем двоек в ряде чисел от 1 до 2020.

Ответ: на 988 цифр единиц больше чем двоек

8.4.



Дано: $ABCD$; $AC \cap BD = O$;
 $AB = CD$; $AD = BC$; $\angle BAC = \angle BDA$;

Доказать: $ABCD$ - трапеция.

Доказательство.

Обозначим $\angle BDA = \alpha$, тогда $\angle BAC = \alpha$, угол α обозначим $\angle CAD = \beta$,
тогда $\angle COB = \alpha + \beta$, т.к. $\angle COB$ - внешний угол $\triangle AOD$, тогда т.к. $AB = CD$ и
 $AD = BC$ - по условию, то $\triangle ABD = \triangle DCB$ - по I признаку.
следов. $\angle OCB = \angle BDA = \alpha$, а т.к. $\angle OCB = \angle BDA$ - накрест лежащие углы
образованные прямыми AB и CD , и секущей AC , то $AB \parallel CD$.
Т.к. $BD = CB$ (из доказательства что $\triangle ABD = \triangle DCB$), то $\triangle DBC$ - равнобедренный.
т.е. $\angle DBC = \angle DCB$, если мы примем $\angle AOD = \gamma$, то $\gamma + \beta + \alpha = 180^\circ$,
значит $\angle DBC = \gamma - \alpha$, т.к. $\gamma - \alpha + \alpha + \beta + \alpha = 180^\circ$, а значит $\angle DBC + \angle DCB = 2\alpha + \beta$, а т.к.
 $\angle DBC = \angle DCB$, то $\angle DBC = (2\alpha + \beta) : 2 = \alpha + \beta/2$, а $\angle BCD = \angle ACD + \angle BCA$, где $\angle ACD = \beta$,
значит $\angle BCA = \beta/2$, $\angle BCA \neq \angle CAD$, а $\angle BCA$ и $\angle CAD$ - накрест лежащие углы
образованные прямыми BC и AD , и секущей AC , следов. $BC \nparallel AD$, а т.к.
 $AB \parallel CD$, то $ABCD$ - трапеция.

8.1.

$9 \cdot 8 - 7 \cdot 6 = 72 - 42 = 30$;
 $5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 \cdot 1 = 60 : 2 = 30$, а т.к. $30 = 30$;
Значит $9 \cdot 8 - 7 \cdot 6 = 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 \cdot 1$.
Ответ: $9 \cdot 8 - 7 \cdot 6 = 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 \cdot 1$.