УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД М-8-5

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
7	3	7	7	2	26	Уст

№1.

$9\cdot8-7\cdot6=5\cdot4\cdot3:2\cdot1$, ~~всегд~~ $9\cdot8-7\cdot6=30$; $5\cdot4\cdot3:2\cdot1=30$; $30=30$

№3.

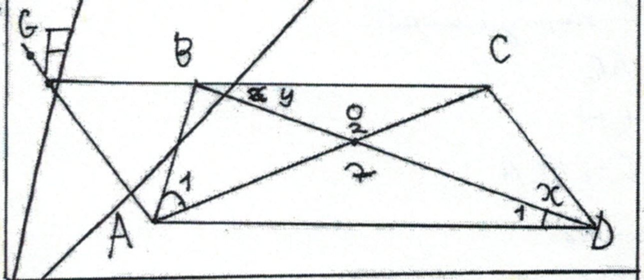
Для удобства, обозначим стоящих ~~пере~~ этих людей A; B; C, причем стоят они именно в таком порядке. Первый вопрос зададим "A": "Левее тебя стоит рыцарь?" ~~Если он ответит "да", то остается~~ Для удобства, будем считать, что они смотрят на нас, т.е. левее "A" стоит "B". Если ответ - "да", то возможны два варианта: и "A" и "B" - рыцари (далее рыцарей я буду обозначать символом "р", а хитрецов "х"), либо "A" - хитрец, а "B" и "C" - "р". В первом случае: "A" - "р"; "B" - "р"; "C" - "х", во втором: "A" - "х"; "B" - "р"; "C" - "р". В обоих случаях "B" - "р", а значит ему мы зададим вопрос, который уже задавали. Если он ответит "да", то: "A" - "х"; "B" - "р"; "C" - "р"; если "B" скажет "нет", то: "A" - "р"; "B" - "р"; "C" - "х"; Но если на первый вопрос "A" скажет "нет", то возможны два варианта: "A" - "х"; "B" - "р"; "C" - "р"; либо: "A" - "р"; "B" - "х"; "C" - "р"; в обоих случаях C - рыцарь, ему мы зададим второй вопрос: "Правее тебя рыцарь?"; если "C" говорит "да", то "A" - "х"; "B" - "р"; C - "р"; если "C" говорит "нет", то "A" - "р"; "B" - "х"; "C" - "р".

№4.

Дано:
ABCD - четырехугольник
$AC \cap BD = O$
$AB = OD$
$AD = OC$
$\angle BAC = \angle BDA$

Док-ть: ABCD-трапеция

Совершим доп. построение:
$B \in FC$;
$F \in GA$;
$AF \parallel CD$;
тогда $\angle BCD$
$\angle GFB =$ ~~$\angle ADC$~~,
как накрест



лежащие, т.к. $\angle AFB$ и $\angle GFB$ - смежные, то
~~$\angle AFB = \angle AFB\ 180^\circ - \angle GFB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ -$~~
$\angle AFB = 180^\circ - \angle GFB = 180^\circ - \angle BCD$.
Для удобства будем считать:
$\angle BAO = \angle BDA = \angle 1$;
$\angle BOC = \angle AOD = \angle 2$; тогда $\angle AOB = \angle COD = 180^\circ - \angle 2$ (вертик. углы)
$\angle CDO = \angle x \Rightarrow \angle OCD = 180^\circ - \angle x - \angle COD = 180^\circ - \angle x - 180^\circ + \angle 2 =$
$= \angle 2 - \angle x$ (согл. теореме о сумме углов треугольника);
$\angle OBC = \angle y \Rightarrow \angle OCB = 180^\circ - \angle 2 - \angle y$ (согл. ~~теореме о сумме углов треугольника~~);

№5.

Предположим, что возраст Васи - $\overline{ab}$, а Леши - $\overline{ba}$, тогда:
$(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2 = c^2$, где $c \vdots 1$, т.к. $\overline{ab} = \overline{a} \cdot 10 + \overline{b}$, то решаем уравнение:
$(\overline{a} \cdot 10 + \overline{b})^2 - (\overline{b} \cdot 10 + \overline{a})^2 =$
$= \overline{a}^2 \cdot 100 + \overline{b}^2 + 20 \cdot \overline{a} \cdot b - \overline{b}^2 \cdot 100 - 20 \cdot b \cdot \overline{a} - \overline{a}^2 = c^2$
$99 \cdot \overline{a}^2 - 99 \cdot \overline{b}^2 = c^2$
$99(\overline{a} - \overline{b})(\overline{a} + \overline{b}) = c^2$, ~~так как $a > b$, то $a - b > 0$, и $c > 0$~~;
так как $\overline{a} > b$, то $\overline{a} = \overline{b} + x$, где $x \vdots 1$, и $1 \le x \le 9$, и $0 \le b \le 8 \Rightarrow$
$x \cdot 99 \cdot (2 \cdot \overline{b} + x) = c^2$, так как $\sqrt{99} \not\vdots 1$, то $c^2 = 99^2$, и
$99 \vdots x \vdots 1$, ведь $(2 \cdot \overline{b} \cdot x) \vdots 1$
значит, что $x \cdot (2 \cdot \overline{b} + x) = 99$,

Нуждается в обосновании

$2 \cdot \overline{b} + x = \frac{99}{x} \Rightarrow$ все возможные значения x: 1; 3; 9;
причем максимальное значение многочлена $2 \cdot \overline{b} + x = 25$,
при $x = 3$; $2 \cdot \overline{b} + x = 33$, что невозможно, при $x = 1$,
$2 \cdot \overline{b} + x = 99$, что невозможно $\Rightarrow x = 9$, тогда $\overline{a} = 9$; $\overline{b} = 0$,
Леше - 9, а Васе - 90.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД

М-8-5

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

№6.2.

Очевидно, что на ~~промежутке~~ отрезке [0; 999] кол-во единиц и двоек будет одинаковым, ведь ~~промежуток~~ ~~интервал~~ отрезок [0; 999] ~~ох~~ включает все возможные трехзначные комбинации цифр. То же верно для отрезка [3000; 3999], а значит на ~~промежутке~~ отрезке [1000; 1999], единиц будет больше на (1999−1000)−1= =998. На отрезке [2000; 2020] единиц: 1+2+9=12 (одна комбинация 2001, одно число 2011, и еще 9 комбинаций вида 201a, где a≠1), на этом же отрезке двоек:

(2020−2000−1)+1+1+(1+1)= =23; тогда единиц будет выписано больше на: 998+12−23=987.

Ответ: единиц на 987.

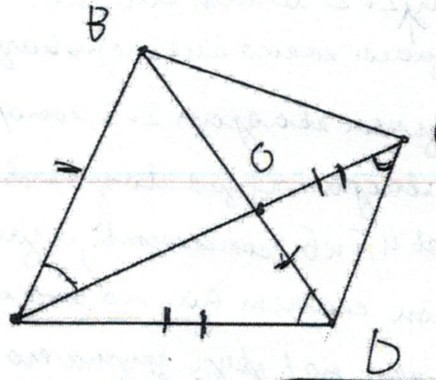
Две арифм. ошибки

3.

№4.

Дано:

ABCD – четырехугольник.
$AC \cap BD = O$
$AB = OD$
$AD = OC$
$\angle BAC = \angle BDA$



~~Для удобства будем считать,~~
$\angle OAD = 180^\circ - \angle AOD - \angle ODA$ (согл. теореме о сумме углов треугольника) $= 180^\circ - \angle AOD - \angle BAO$ (согл. условию), тогда:
$\angle BAD = \cancel{180}\ \angle BAO + \angle OAD = \angle BAO + 180^\circ - \angle AOD - \angle BAO = 180^\circ - \angle AOD$;
т.к. $\angle COD$ и $\angle DOA$ – смежные, то $\angle AOD = 180^\circ - \angle COD$, $\Rightarrow$
$\angle BAD = 180^\circ - 180^\circ + \angle COD = \angle COD$;
Рассм. $\triangle BAD$ и $\triangle COD$: $BA = OD$ (по усл.); $AD = OC$ (по усл.);
$\angle BAD = \angle COD \Rightarrow \triangle BAD = \triangle COD$ (по 1-ому пр.) $\Rightarrow$
$\angle OCD = \angle BDA = \angle BAO$ (согл. усл.) $\Rightarrow AB \parallel CD$ (накрест. леж. углы равны). Докажем, что $BC \nparallel AD$. Если мы предположим, что $AD \parallel BC$, и получим бессмысленный результат (вроде $\angle BAD < 0^\circ$), тогда $BC \nparallel AD$ и ABCD – трапеция. Если $BC \parallel AD$, то ABCD – параллелограмм, ведь $AB \parallel CD \Rightarrow$ $AO = OC$, $BO = OD$; т.к. $AD = OC = AO$, то $\triangle AOD$ – равнобедренный ~~$\Rightarrow \angle AOD$~~ и OD – основание, тогда
$\angle AOD = \angle ODA = \angle BAO$ (углы при основании).
Тогда $\angle BOA = 180^\circ - \angle BAO$. Тогда $\angle ABO = 180^\circ - \angle BOA - \angle BAO$ (согл. теореме о сумме углов треугольника) $= 180^\circ - (180^\circ - \angle BAO) - \angle BAO =$
$= 0^\circ$. Т.к. это невозможно, выходит, что $BC \nparallel AD$, и ABCD – трапеция.