

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

1	2	3	4	5
7	7	7	0	0

(21)

1.  $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$

$$\begin{cases} a^2 - bc - b^2 + ac = 0 \\ b^2 - c^2 + ab - bc = 0 \\ b^2 - c^2 + ab - ac = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b) + c(a-b) = 0 \\ (a-c)(a+c) + b(a-c) = 0 \\ (b-c)(b+c) + a(b-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b+c) = 0 \\ (a-c)(a+b+c) = 0 \\ (b-c)(a+b+c) = 0 \end{cases}$$

1.  $a+b+c \neq 0$ :

$$\begin{cases} a-b=0 \\ a-c=0 \\ b-c=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=c \Rightarrow \text{противоречие условию}$$

2.  $a+b+c = 0$ :

$$\begin{cases} a+b=-c \\ a+c=-b \\ b+c=-a \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} = \frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{-c} = -3$$

Ответ: величина  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} = -3$ .



2.

Дано:

ABCD -

- равнобедренная трапеция

AK - диаметр

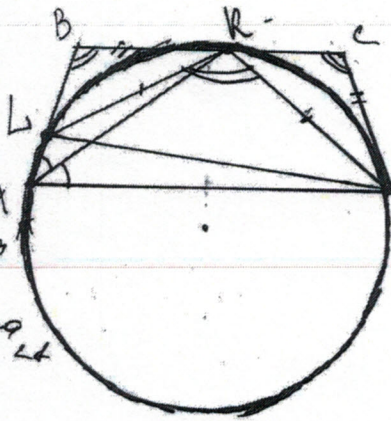
$K = AK \cap BC$

$\omega$  - описанная окружность  $\triangle AKD$

$\omega \cap AB = L$

Доказать:

$BL = KC$



Решение:

$\angle BAK = \angle KAD \Rightarrow \angle LK = \angle KD \Rightarrow$   
(вписанные углы)

$\Rightarrow \angle LK = \angle KD$  (корни, стягиваемые равными дугами)

$\angle BAK = \angle KAD$

$\angle BKA = \angle KAD$  (напротив лежащих углов при  $BC \parallel AD$  и AK-секущей)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BKA = \angle BAK \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BAK$  - равнобедренный  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BK$

ABCD - равнобедренная трапеция  $\Rightarrow$

$\Rightarrow CD = AB \Rightarrow CD = BK$

$\triangle LKD$  - вписанный четырехугольник  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A + \angle LKD = 180^\circ$

ABCD - трапеция  $\Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B = \angle LKD$

ABCD - равнобедренная трапеция  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B = \angle C = \beta \Rightarrow$

пусть  $\angle BAK = \alpha \Rightarrow \angle BKL = 180^\circ - \beta - \alpha \Rightarrow \angle CKD = 180^\circ - \beta - \alpha \Rightarrow \angle LKD = \beta$

$\Rightarrow \angle CLK = \alpha \Rightarrow \angle CDK = 180^\circ - \beta - \alpha \Rightarrow \angle CDK = \angle BKL$

$\left. \begin{matrix} \angle CDK = \angle BKL \\ BK = CD \\ KL = KD \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle BKL = \triangle CKD \Rightarrow BL = KC$

2.



МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

3.  $a$  и  $b$  - взаимно простые

$$a+b : p, p \text{ - простое}$$

$a$  и  $b$  не делятся на  $p$ , т.к. если хотя бы одно будет делиться на  $p$ , то т.к. число делится на  $p$ , то и второе будет делиться на  $p \Rightarrow$

$\Rightarrow a$  и  $b$  не будут взаимно простыми  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  противоречие

$$\begin{array}{r|l} a^2 + 4b^2 & a+b \\ -a^2 + ab & a+4b \\ \hline 4b^2 - ab & \\ -4b^2 + 4ab & \\ \hline -5ab & \end{array}$$

$$a^2 + 4b^2 = (a+b)(a+4b) - 5ab$$

$$a^2 + 4b^2 : p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+b)(a+4b) - 5ab : p$$

$$\text{т.к. } a+b : p \Rightarrow (a+4b) : p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5ab : p$$

$$a \not\equiv 0 \pmod{p}, b \not\equiv 0 \pmod{p}, p \text{ - простое} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 : p \Rightarrow p=5$$

Ответ:  $p=5$

Неравносильны  
переходы

Кружка и проверка.