М-11-9

1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
7	7	3	4	0	21	[illegible]
7	7	3	4	0	21	[illegible]

№11.1

Найдем последние цифры слагаемых:

$2021^6 \Rightarrow 1^6 = \underline{1}$

$2022^6 \Rightarrow 2^6 = 6\underline{4}$

$2023^6 \Rightarrow 3^6 = 72\underline{9}$

$2024^6 \Rightarrow 4^6 = 409\underline{6}$

$2025^6 \Rightarrow 5^6$ оканчивается на $\underline{5}$

$1+4+9+6+5=2\underline{5}$

Ответ: цифрой 5.

7

№11.2

Пусть x – количество побед, а y – количество игр. Тогда доля побед равна $\frac{x}{y}$. После одной победы доля стала равна $\frac{x+1}{y+1}$, но т.к. доля возросла на $\frac{1}{6}$, то составлю первое уравнение $\frac{x+1}{y+1} = \frac{x}{y} + \frac{1}{6}$. После еще двух побед доля стала равна $\frac{x+3}{y+3}$, но т.к. она повысилась еще на $\frac{1}{6}$, то составлю уравнение $\frac{x+3}{y+3} = \frac{x}{y} + \frac{1}{3}$.

Составлю систему:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = \frac{x}{y} + \frac{1}{6} \\ \frac{x+3}{y+3} = \frac{x}{y} + \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = \frac{6x+y}{6y} \\ \frac{x+3}{y+3} = \frac{3x+y}{3y} \end{cases} \quad \begin{cases} 6y(x+1) = (y+1)(6x+y) \\ 3y(x+3) = (y+3)(3x+y) \end{cases} \quad \begin{cases} 6xy+6y = 6xy+y^2+6x+y \\ 3xy+9y = 3xy+y^2+9x+3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-5y=-6x \\ y^2-6y=-9x \end{cases} \quad \begin{cases} 3y^2-15y=-18x \\ -2y^2+12y=18x \end{cases}$$

$y^2-3y=0$

$y(y-3)=0$

$y=3$ или $y=0$ – не ~~является~~ удовлетворяет условию

$x = \frac{5y-y^2}{6} = \frac{15-9}{6} = 1$.

7

$\frac{1}{3}$ – доля побед сначала, после 3 побед она составила $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Пусть t – количество побед, которые надо одержать, чтобы доля повысилась еще на $\frac{1}{6}$. Тогда

$\frac{4+t}{6+t} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

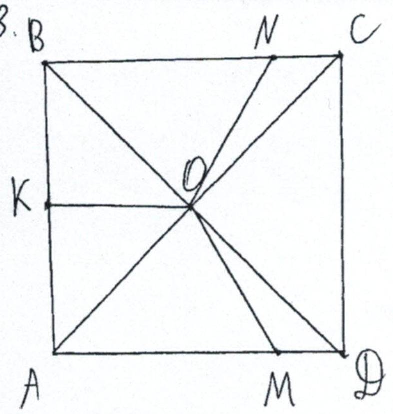
$\frac{4+t}{6+t} = \frac{5}{6}$

$24+6t = 30+5t$

$t=6$.

Ответ: команде надо выиграть еще 6 игр.

№11.3.



1) Расс. AKOM и BNOK. Т.к. $OK \perp AB$ (потому что $\triangle ABO$ – равнобедренный, $AO=OB$, а OK – медиана), ~~но~~ и $DA \perp AB$ (по условию), то $OK \parallel AD \parallel BC \Rightarrow$ AKOM и BKON – трапеции, ~~но~~ но т.к. по условию $S_{AKOM}=S_{BKON}$, то $\frac{1}{2}(AM+KO)\cdot AK = \frac{1}{2}(KO+BN)\cdot BK$. т.к. $AK=BK$, то $BN+KO=AM+KO \Rightarrow BN=AM$. почему не парал.?

2) Пусть $S_{ABCD}=1$, тогда $S_{AKOM}=S_{BKON}=S_{CNOMD}=\frac{1}{3}$, $AB=\sqrt{1}=1$.

−1б ? $\boxed{KO=\frac{1}{2}}$, $AK=\frac{1}{2}$. $S_{AKOM}=\frac{1}{2}(AM+KO)\cdot AK=\frac{1}{3}$; −3б

$\frac{1}{4}(AM+\frac{1}{2})=\frac{1}{3}$

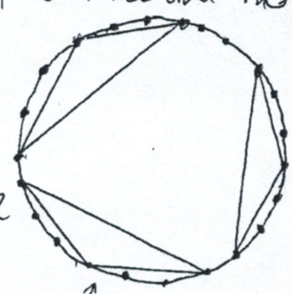
$AM+\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$. $AM=\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{8}{6}-\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$. Тогда $MD=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$ и $\frac{AM}{MD}=5:1$.

Ответ: M делит AD в соотношении 5:1.

№11.5.

Треугольник можно нарисовать, если есть 3 точки, ~~лежащие на одной~~ между которыми не проходит хорда. ~~При самых~~ При самом неудачном варианте треугольник занимает 7 точек (3 вершины и 4 точки под 2 сторонами), то ~~в~~ $40=5\cdot7+\underline{5}$, $\underline{5}\cdot 7$ где 5 – количество треугольников, а $\underline{5}$ в остатке – количество незакрытых точек, то есть построить треугольник можно. Если под ~~трех~~ сторонами треугольников будет лежать меньше 2 точек, то свободных точек будет еще больше, а если больше, то будет возможно из 3 и более точек получить новый треугольник, ~~который будет~~

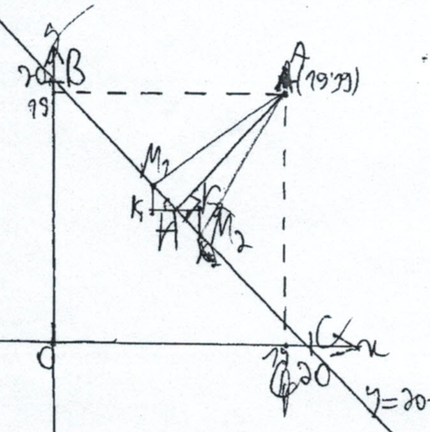
чем неудачен?



пример, 3 треугольника занимают 21 точку –

7/сл.

№11.4.



Т.к. плоскость делится на углы, равные 9°, то всего таких углов $\frac{360°}{9°}=40$ ~~Т.к. в числе~~ а прямых 20. Т.к. в числе прямых есть прямые, параллельные Ox и Oy, то угол между ними равен 90° но $9°\cdot5=45°$, т.е. есть между этими прямыми есть прямая, перпендикулярная графику $y=20-x$. Пусть (19;19) – A, $AH \perp a$ (a – прямая ~~графика y~~ $y=20-x$), $H \in a$. Пусть M_1 и M_2 – точки на a, причем M_1 и M_2 ~~лежат на прямых~~ – точки пересечения двух прямых, AH для которых является биссектрисой. Тогда $\triangle AHM_1=\triangle AHM_2$, т.к. AH – общий катет, $\angle M_1HA=\angle M_2HA$, след. $M_1H=M_2H$. ~~Расс.~~ Проведем $K_1K_2 \parallel Ox$, $K_1K_2 \perp Oy$, $\angle M_1K_1H=\angle M_2K_2H=90°$. Тогда, т.к. $\angle M_1HK_1=\angle M_2HK_2$ (вертикальные углы), $M_1K=M_2K$, $\angle MKH=\angle M_2K_2H=90°$, то $\triangle M_1K_1H=\triangle M_2K_2H \Rightarrow K_2H=K_1H$. ~~Расс.~~ H(10;10), т.к. это середина ~~а~~ отрезка BC, где $B=a\cap Oy$, $C=a\cap Ox$. Тогда $K_1(10-K_1H;10)$, $K_2(10+K_2H;10)$, $10-K_1H+10+K_1H=20$. Т.к. всего 20 прямых, то $20\cdot20=400$ но одна из прямых парал. a, ~~а~~ ей перпен. AH, след. в сумма равна $400-20-10=370$. Ответ: 370 – неверно