1	2	3	4	5
7	0	7	X	7²

21

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД

М-9-7

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Лист №1.

№1. $2x^2-10ax+p=0. \ |:2$

$x^2-5ax+\frac{p}{2}=0$. Получим приведённое квадратное уравнение. По Th Виета: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2}, \\ x_1+x_2 = 5a \end{cases}$

Рассмотрим $x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2}$. Здесь x_1 и x_2 – корни уравнения. Предположим, что они оба целые и $p \neq 2$. Тогда в левой части произведение целых чисел – целое число, а в правой – дробь, ведь p – простое число и делится нацело только на само себя или на $1 \Rightarrow$ получаем противоречие $\Rightarrow$ предположение н/в $\Rightarrow$ при $p \neq 2$ x_1 и x_2 никогда не будут целыми оба, т.е. ни при каких значениях a.

Рассмотрим случай, где $p=2$: $x^2-5ax+1=0$ $D=25a^2-1$, чтобы было 2 целых корня, они должны быть среди делителей $1: \pm 1$.

$x=1$: $1-5a+1=0 \Rightarrow a=0{,}4$

$x=-1$: $1+5a+1=0 \Rightarrow a=-0{,}4$

Ответ: уравнение имеет 2 целых корня при $a = \pm 0{,}4$.

№2. $\overline{ABACADAEA}$, здесь $A \neq 0$, $1 \leq A \leq 9$, $0 \leq B \leq 9$, $0 \leq C \leq 9$, $0 \leq D \leq 9$, $0 \leq E \leq 9$, все буквы означают разные цифры.

1) Т.к. число делится на 11, то $(A+A+A+A+A)-(B+C+D+E)=0 \Rightarrow 5A=B+C+D+E$ (равенство (1)).

2) Чтобы число было минимальным, его старший разряд должен быть наименьшим.

3) Постепенно от старших к младшим разрядам проверим наименьшие возможные значения букв, при которых возможно выполнение равенства (1).

$A=1$: $5=B+C+D+E$; наименьшее знач. суммы $B+C+D+E$ равно $9 \Rightarrow A=1$ не подходит.

$A=2$: $10=B+C+D+E$; $10>9 \Rightarrow$ подходит.

$A=2$ и $B=0$: $10=C+D+E$; наим. знач. суммы $C+D+E$ равно $1+3+4<10 \Rightarrow$ подходит

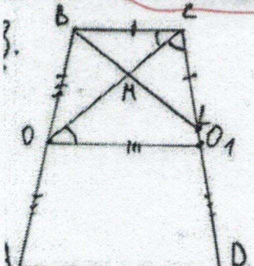
$A=2, B=0$ и $C=1$: $10=1+D+E \Rightarrow 9=D+E$; наим. знач суммы $D+E$ равно $3+4<9 \Rightarrow$ подходит.

$A=2, B=0, C=1, D=3$: $10=1+3+E \Rightarrow E=6$, такая шестёрка значений подходит и при ней число наименьшее

Ответ: 202123262.

Об

№3.



Дано: равнобедренная трапеция $ABCD$, AD и BC – основания $AD>BC$; $AB=BC+AD$; $L \in CD$, $CL=BC$; т. O – сер. AB.

Док-ть: $BL \perp OC$.

Док-во:

Т.к. т. O – сер. AB, то $OB=\frac{1}{2}AB=\frac{BC+AD}{2}$.

$AD>BC$ (по усл.) $\Rightarrow AD+BC>2BC \Rightarrow \frac{AD+BC}{2}>BC \Rightarrow OB>BC \Rightarrow CL<OB$.

Проведём среднюю линию OO_1 трапеции $ABCD$, где т. O_1 будет лежать на стор. CD ниже т. L (т.к. $OB = O_1C$, то $CO_1>CL$).

$OO_1=\frac{AD+BC}{2}$ – средн. лин. трапеции $\Rightarrow OO_1=CO_1 \Rightarrow \triangle OO_1C$ – равноб., OC – основание $\Rightarrow \angle COO_1 = \angle OCO_1$ ($\angle$ при основании равноб. $\triangle$)

$\angle BCO = \angle COO_1$ – н/л при $BC \parallel OO_1$ (основание трапец $\parallel$ её средн. лин.) $\cap$ секущ. OC.

$\triangle BCL$.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД

М-9-7

МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

$\angle O_1CO, \angle BCO = \angle O_1CO \Rightarrow \angle BCM = \angle LCM$), проведённая к

) CM - биссектриса (т.к. $\angle BCM = \angle BCO$, $\angle LCM = \angle O_1CO$, основанию равноб. $\Delta \Rightarrow$ она явл. высотой $\Rightarrow CM \perp BL$.

CM и OC леж. на одной прямой $\Rightarrow$ т.к. $CM \perp BL$, то $OC \perp BL$, чтд

5. 1. Предположим, что в стране чётное кол-во городов $2n$ ($n \geq 0$), тогда из городов будет $2n \cdot 3 =$ исходящих (а не соединяющих!) дорог. При соединении 2х городов дорогой мы из двух исходящих дорог одного цвета делаем одну соединяющую дорогу, т.е. соединяя города дорогами вычитаем из кол-ва исходящих дорог по 2. Но при вычитании от чётного числа $6n$ чётного числа 2 всегда получится чётное число, т.е. кол-во исходящих из страны дорог будет чётным, что противоречит условию (3 исходящих дороги).

Значит в стране нечётное кол-во городов $2n+1$ ($n \geq 0$), тогда будет $(2n+1) \cdot 3 = 6n+3$ исходящих дорог.

Чтобы исходящих дорог стало 3, нужно от $6n+3$ исходящих дорог отнять $6n$ исходящих дорог.

Т.к. городов $2n+1$, то будет по $2n+1$ исходящих дорог каждого цвета, всего 3 группы.

4. Предположим от первой группы исходящих дорог (одного цвета) отняли меньше чем $2n$, тогда можно отнять только $(2n-2)$ (тогда останется 3 исх. дор. одного цвета), иначе исх. дор. останется больше 3, что противоречит усл (3 исх. дор.), также нельзя отнять более, чем $2n$ (т.к. $((2n+1)-(2n+2) < 0)$.

Итак, от одной из групп отнимем $2n-2$ дорог, останется $(2n+1)-(2n-2)=3$ исх. дороги.
От оставшихся групп можно отнять не более, чем по $2n$ дорог, т.е. не более, чем $4n$.
Тогда всего останется 5 исх. дорог (3 исх. дор. от 1й группы и по 1 исх. дороге от оставшихся), противоречит усл. (3 исх. дор.) $\Rightarrow$ предположение неверно.

~~5. Значит отнять от первой группы можно только $2n$ исх дор. Останется отнять ещё $6n-2n=4n$ исх. Тогда от оставшихся групп можно отнять не более, чем по $2n$ исх. дорог, т.е. не более, чем 4 исх. дорог, но т.к. отнимать можно только по $2n$ от каждой группы, то~~

5. Значит от каждой из групп исх. дорог нельзя отнять больше или меньше, чем отнимем от каждой из групп по $2n$ исх. дорог, тогда всего отнимем $6n$ дорог и останется $(6n+3)-6n = 3$ исх. дороги, удовл. усл.
Т.к. мы отнимали от каждой из групп дорог по $2n$ дорог, то осталось по $(2n+1)-2=1$ дороге каждого цвета, чтд.

Д-но, что нечетное.

кол-во дорог
Остальное непонятно