

1	2	3	4	5	Σ	Член жюри
7	5	7	7	7	33	Уст

в.1.

$$9 - 8 + 7 + 6 = 5 + 4 + 3 + 2 \cdot 1$$

$$14 = 14$$

Ответ: $9 - 8 + 7 + 6 = 5 + 4 + 3 + 2 \cdot 1$

в.2.

Среди однозначных чисел кол-во "1" и "2" равно одинаково и равно 1.
 Среди двузначных чисел кол-во "1" и "2" одинаково и равно $1 \cdot 9 + 10 = 19$.
 Среди трехзначных чисел кол-во "1" и "2" одинаково и равно $19 \cdot 9 + 100 = 271$.
 Пред Значит, среди чисел от 1 до 999 количество цифр "1" и "2" равно.

Числа от 1000 до 1999:

кол-во "1" : $271 + 1000 = 1271$ кол-во "2" : 271.

Числа от 2000 до 2020:

кол-во "1" : 11 кол-во "2" : 24.

цифры "1" больше на $1271 - 271 + 11 - 24 = 987$.

Ответ: цифры "1" больше на 987. *Арифм. ошибка*

в.3.

Ответ: Пропустишь людей от 1 до 3.

Вопрос первой: "2-ой посетитель?"

Если ответ "да"

Вопрос 3-ему: "1-ый посетитель?"

Ответ "да"

1-ый посетитель

→ Ответ "нет"

2-ой посетитель

→ Если ответ "нет"

Вопрос 2-ому: "1-ый посетитель?"

Ответ "да"

1-ый посетитель

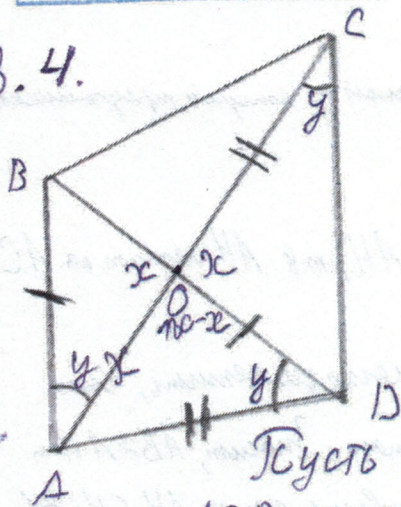
→ Ответ "нет"

3-ий посетитель.

Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение
 Г. ХАБАРОВСКА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ»
 Комсомольская ул. д. 118, г. Хабаровск, 680038
 Тел: (4212) 57-55-53

Доказательство:

8.4.



Дано:

$AB = CD, AD = BC, \angle BAC = \angle BDA.$

Докажем: $ABCD$ - трапеция.

Доказательство:

Пусть $\angle COB = x$, а $\angle ODA = y$.

$\angle AOD = 180^\circ - \angle COB = 180^\circ - x.$

$\angle CAD = 180^\circ - \angle ODA - \angle AOD = 180^\circ - 180^\circ + x - y = x - y.$

$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = y + x - y = x.$

Рассмотрим $\triangle BAD$ и $\triangle ODC$: $AB = CD, AD = OC$ - по условию,
 $\angle BAD = \angle COD = x$, след. $\triangle BAD = \triangle ODC$ - по 2-му критерию и углу между
 ними, тогда $\angle OCD = \angle BDA = y, BD = CD$, значит $\triangle BCD$ - равнобедренный,
 тогда $\angle CBD = \angle BCD$.

$\angle BAC$ и $\angle ACD$ - накрест лежащие при BA и CD и секущей AC ,
 $\angle BAC = \angle ACD = y$, значит $BA \parallel CD$.

Предположим, что $BC \parallel AD$: $\angle ADB = \angle DBC$ как накрест лежащие.
 $\angle ADB = y \Rightarrow \angle DBC = y, \angle BCD = \angle BDA + \angle DBC = y.$

$\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = \angle BCA + y \Rightarrow \angle BCD > y$, тогда $y > y$.

Противоречие, значит $BC \nparallel AD$.

В четырёхугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD, BC \nparallel AD$, след. $ABCD$ - трапеция.

В. 5.

Пусть возраст a Васи — $10a$ (если его возраст меньше 10 лет, возраст Васи и Лёши a в годах одинаков).

Тогда возраст Лёши — $10a$

$$10a^2 - 10a^2 = x^2, \text{ где } x \in \mathbb{Z}.$$

$$(10a + 0)^2 - (10a + a)^2 = x^2$$

$$100a^2 + 20ab + b^2 - 100b^2 - 20ab - a^2 = x^2$$

$$\left. \begin{aligned} 100a^2 - a^2 + b^2 - 100b^2 &= x^2 \\ 99a^2 - 99b^2 &= x^2 \\ 99(a^2 - b^2) &= x^2 \\ 99(a-b)(a+b) &= x^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 10(100a^2 - 100b^2) - (a^2 - b^2) &= x^2 \\ (10a - 10b)(10a + 10b) - (a - b)(a + b) &= x^2 \\ 100(a-b)(a+b) - (a-b)(a+b) &= x^2 \\ (a-b)(a+b) \cdot (100 - 1) &= x^2 \\ 99(a-b)(a+b) &= x^2. \end{aligned}$$

$$11(a-b)(a+b) = \frac{x^2}{9} = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \Rightarrow x : \neq 11, x$$

$$x : 3. \Rightarrow x : 33.$$

Тогда $x = 0$ означает a и b равны, тогда возраст a равен $10a$, что противоречит условию.

$$\text{Тогда } x = 33: 11(a^2 - b^2) = \left(\frac{33}{3}\right)^2 = 121$$

$$a^2 - b^2 = 11 \Rightarrow a = 6, b = 5 \text{ (и } a, b \text{ — целые)}$$

$$\text{Тогда } x = 66 \text{ и далее: } 11(a^2 - b^2) = \left(\frac{66}{3}\right)^2 = 484$$

$$a^2 - b^2 = 44, \text{ тогда } a \text{ и } b \text{ — не целые}$$

Значит, $a = 6, b = 5$, тогда Васе 65 лет, а Лёше — 56 лет.

Ответ: Васе 65 лет, Лёше — 56 лет