УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

КОД

М-10-15

1	2	3	4	5	Σ	
7	7	7	7	7	35	Уст
7	7	7	7	7	35	

Задача №10.4

$x = \sqrt{4+\sqrt7} - \sqrt{4-\sqrt7} - \sqrt2.$, т.к. $4=\sqrt{16}$, а $\sqrt{16}>\sqrt{17}$, то $(4\pm\sqrt7)>0$, то выражение имеет смысл

1) Пусть $\sqrt{4-\sqrt7} = y.$

$\sqrt{(4-\sqrt7)(4+\sqrt7)} = y\sqrt{4+\sqrt7}$

$\sqrt{16-7} = y\sqrt{4+\sqrt7}$

$\sqrt9 = y\sqrt{4+\sqrt7}$

$3 = y\sqrt{4+\sqrt7}$

$y = \frac{3}{\sqrt{4+\sqrt7}}$

Значит $\sqrt{4-\sqrt7} = \frac{3}{\sqrt{4+\sqrt7}}$

7

2) $x = \sqrt{4+\sqrt7} - \sqrt{4-\sqrt7} - \sqrt2 = \sqrt{4+\sqrt7} - \frac{3}{\sqrt{4+\sqrt7}} - \sqrt2 =$

$= \frac{\sqrt{4+\sqrt7}}{\sqrt{4+\sqrt7}}\left(\sqrt{4+\sqrt7} - \frac{3}{\sqrt{4+\sqrt7}} - \sqrt2\right) = \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt7}}\left(4+\sqrt7 - 3 - \sqrt{2(4+\sqrt7)}\right) =$

$= \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt7}}\left(1+\sqrt7 - \sqrt{2(4+\sqrt7)}\right) = \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt7}}\left(1+\sqrt7 - \sqrt{8+2\sqrt7}\right)$

Сравним числа $(1+\sqrt7)$ и $\sqrt{8+2\sqrt7}$, т.к. $\sqrt a \geq 0$, где $a\geq0$, то $(1+\sqrt7)^2>0$ и $\sqrt{8+2\sqrt7}>0$, значит если неравенство $(1+\sqrt7)\,\beta\,\sqrt{8+2\sqrt7}$ ($\beta \in \{=;>;<;\geq;\leq\}$ - ~~ню~~ ~~был~~ какой-то знак сравнения), возвести обе части в квадрат, то β не изменится.

$(1+\sqrt7)^2 = 1+2\sqrt7+7 = 8+2\sqrt7$

$(\sqrt{8+2\sqrt7})^2 = 8+2\sqrt7$, т.к. $8+2\sqrt7 = 8+2\sqrt7$, то $(1+\sqrt7) = \sqrt{8+2\sqrt7}$, т.е. $\beta = \{=\}$

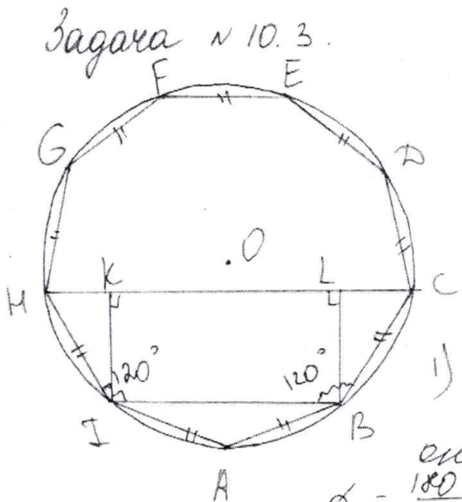
Тогда $(1+\sqrt7) - \sqrt{8+2\sqrt7} = 0$, то $\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt7}}\left(1+\sqrt7 - \sqrt{8+2\sqrt7}\right) = 0$, след. $x=0$.

Ответ: $x=0$.

КОД

М-10-15

Задача № 10.3.



Дано: ABCDEFGHI – правильный 9-угольник

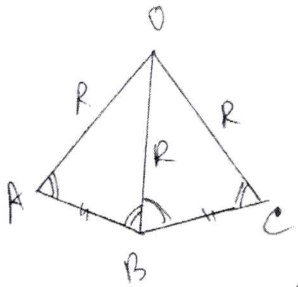
Д-ть: а) $BI \parallel CH$
б) $CH - BI = BC$

Доказательство:

1) Т.к у ABCDEFGHI равны все стороны и углы, то он правильный, его углы равны $\alpha = \frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}$, где $n = 9$

$\alpha = \frac{180^\circ \cdot 7}{9} = 140^\circ$

2) Предположим, можно вписать ABCDEFGHI в Окружность (Окр $(O; R)$).
Тогда рассм. равнобедр. треугольники, кот. получатся.



Т.к. $AO = OB = OC = R$ – радиусы опис. окр., и $BA = BC$ – по усл, то $\triangle AOB = \triangle BOC$, т.к $\triangle AOB$ и $\triangle BOC$ – равнобедр., т.е. $\angle BAO = \angle ABO$ и $\angle OBC = \angle OCB$, то $\angle BAO = \angle ABO = \angle OBC = \angle OCB$

$\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC = 2 \cdot \angle ABO \Rightarrow \angle ABO = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 140^\circ = 70^\circ$.

то $\angle AOB = \angle BOC = 180^\circ - 2\angle ABO = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$.

Значит центр опис. окр. является вершиной эти равнобедр треугольников с углом при этой вершине 40°, т.к $40^\circ \cdot 9 = \cancel{30}\ 360^\circ$, то т.O – действ. центр описанной около $\triangle$ABCDEFGHI. След ABCDEGHI можно впис.

~~3)~~ в окружность

3) Рассм. $\triangle ABI$: $AB = AI$ – по усл., то $\triangle ABI$ – равнобедр., $\angle IAB = 140^\circ$, то $\angle AIB =$

$\angle IBA = \frac{180^\circ - \angle IAB}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$.

4.) Т.к $\angle HIA = \angle HIB + \angle BIA \Rightarrow \angle HIB = 140^\circ - 20^\circ = 120^\circ$.
$\angle CBA = \angle CBI + \angle IBA \Rightarrow \angle CBI = 140^\circ - 20^\circ = 120^\circ$. | $\Rightarrow \angle HIB = \angle CBI = 120^\circ$

КОД

M-10-15.

5) Рассм. $HIBC$ - вписанный четырехугольник, то $\angle HIB + HCB = 180°$, т.к. $\angle HIB = 120°$, то $\angle HCB = 60°$.

$\angle IBC + \angle HCB = 120° + 60° = 180°$ - односторонние углы при прямых BI и HC и секущей BC, то $HC \parallel IB$. (а))

6) Т.к. $BI \parallel HC$ и $HI = BC$ - по усл., то $HIBC$ - равнобедр. трапеция.

Построим $IK \perp BI$ и $IK \perp HC$ и $LB \perp BI$ и $LB \perp HC$, то $KLBI$ - прямоугольник, где $BI = KL$ и $KI = LB$, то $HC - BI = HC - KL = HK + LC$

т.к. в $\triangle HKI$ и $\triangle CLB$: $HI = BC$; $KI = LB$, $\angle HKI = \angle BLC = 90°$, то $\triangle HKI = \triangle CLB$, то $HK = LC$, тогда $HC - BI = HK + LC = 2LC$

7) Рассм. ~~$\triangle BLC$~~: $\angle IBC = \angle IBL + \angle LBC \to \angle LBC = \angle IBC - \angle IBL = 120° - 90° = 30°$

Рассм. $\triangle BLC$: $\angle BLC = 90°$, $\angle LBC = \cancel{60°}\ 30°$, то $LC = \frac{1}{2}BC$ (катет против угла в $30°$ равен половине гипотенузы)

8) $HC - BI = 2LC$, $LC = \frac{1}{2}BC$, то $HC - BI = 2LC = 2 \cdot \frac{1}{2}BC = BC$,

значит $HC - BI = BC$ (б))

Задача №10.5.

Обозначим н - представитель партии „Народная", всегда говор. правду
к - представит. партии „Компромисс", всегда лжёт.
$\underline{\underline{н}}$ (или $\underline{\underline{к}}$) - человек, с которого начинаем.

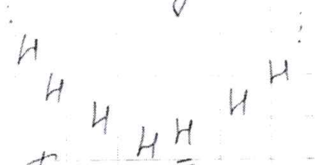
Если сидит к, то его соседи - (н и к); если сидит н, то его соседи (к и к) или (н и н), где (н и к) (или (к и к), (н и н)) - пара соседей рассматриваемого человека

Начнём сажать людей за стол.

1) ~~Если~~ первым говорит н, то его соседи (к и к) или (н и н)

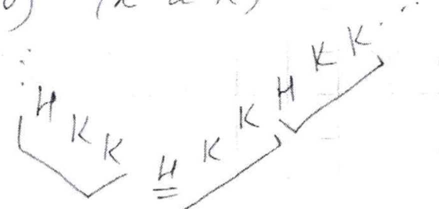
а) (н и н)

То выглядит стол так



Т.к соседом любого человека н будет н, то и вторым будет н, получаем, за столом сидят только люди из „Народного", то есть „Компромисса" 0.

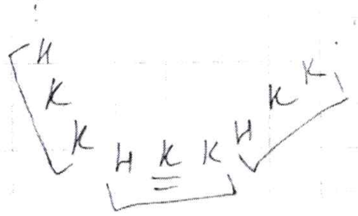
б) (к и к)



Получаем, рядом с любым н сидят (к и к), рядом с к – (н и к)

Можно разбить всех сидящих на тройки н к к, т.к всего 99 человек, то троек всего 33. В каждой тройке 1-н и 2-к, то всего 66 к.

2) первым говорит к, то его соседи (н и к).



Порядок (н и к) и (к и н) считаем одинаковым, т.к. люди сидят за круглым столом и можно симметрично его отобразить относит. какой-то диагонали

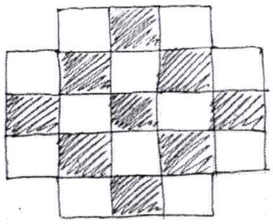
Получаем, рядом с любым н сидят (к и к), рядом с к – (н и к).

Можно разбить сидящих на тройки ~~нкк~~ НКК, то аналогично б) получаем всего 66 представителей „Компромисса"

Ответ: 66.

Задача № 10.1

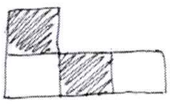
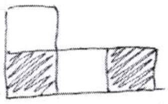
+

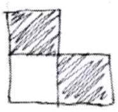


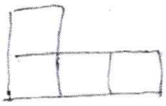
Раскрасим шахматной раскраской

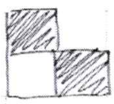
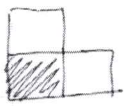
9 черных клеток
12 белых клеток (обознач ч - черная клетка; б - белая клетка)

Рассмотрим варианты раскраски уголков:

 2ч; 2б  2ч; 2б

 2ч; 1б  1ч; 2б

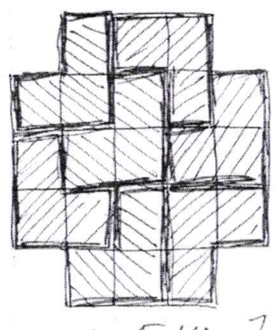
Обозначим уголки:  – $\boxed{\text{д}}$

 – $\boxed{\text{кч}}$,  – $\boxed{\text{кб}}$

Т.к изначально 9ч – нечетно, а в $\boxed{\text{д}}$ 2ч и 2б (четное число клеток и б, и ч), ~~то~~ и в $\boxed{\text{кч}}$ 2ч и 1б (кол-во закр. ч-четно), то в разрезании есть хотя бы один уголок $\boxed{\text{кб}}$. После его вырезания остается 8ч, 10б исходной доски. Т.к при вырезании $\boxed{\text{д}}$ ~~остаю~~ вырезаются 2ч и 2б, то максимальное число $\boxed{\text{д}}$ – 4, а мин. – 0.

1) Количество $\boxed{\text{д}}$ – 0.

Тогда, например, всего вырезали 5 $\boxed{\text{кб}}$ и 2 $\boxed{\text{кч}}$



Такое разрезание возможно

КОД

М-10-15

2) Количество $\boxed{g}$ - 1 и $\boxed{кб}$

После вырез $\boxed{g}$ ост. 6ч, 8б

Пусть мог вырезали еще k_1 $\boxed{кч}$ и k_2 $\boxed{кб}$, т.к. всего нч, нб четное число, а в $\boxed{кч}$ - 1б - неч., в $\boxed{кб}$ 1ч - неч, то числа k_1 и k_2 - четные

$k_1(2ч+1б)+k_2(2б+1ч)=6ч+8б$

$ч(2k_1+k_2)+б(k_1+2k_2)=6ч+8б$

$\begin{cases} 2k_1+k_2=6 \\ k_1+2k_2=8 \end{cases}$ $\begin{cases} 4k_1+2k_2=12 \\ k_1+2k_2=8 \end{cases}$

$3k_1=4$

$k_1=\frac{4}{3}$ - не корень, т.к. k_1 - четное

Значит нельзя получить только 1 $\boxed{g}$

3) Количество $\boxed{g}$ - 2

После вырез $\boxed{кб}$ и 2 $\boxed{g}$ ост. 4ч и 6б

Пусть вырезали еще k_1 $\boxed{кб}$ и k_2 $\boxed{кч}$, то аналогично п.2, k_1 и k_2 - четные.

$k_1(1ч+2б)+k_2(\cancel{2б}\ 2ч+1б)=4ч+6б$

$ч(k_1+2k_2)+б(k_2+2k_1)=4ч+6б$

$\begin{cases} k_1+2k_2=4 \\ k_2+2k_1=6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2k_1+4k_2=8 \\ k_2+2k_1=6 \end{cases}$

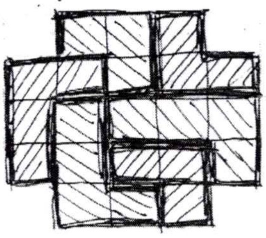
$3k_2=2$

$k_2=\frac{2}{3}$ - не корень, т.к. k_2 - четные.

Значит нельзя получить только 2 $\boxed{g}$

4) Количество $\boxed{\text{д}}$ — 3.

Тогда, например, разрезаем на 3 $\boxed{\text{д}}$ и 3 $\boxed{\text{кб}}$



Значит можно получить 3 $\boxed{\text{д}}$

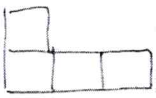
5) Количество $\boxed{\text{д}}$ — 4

Тогда после вырезания $\boxed{\text{кб}}$ и 4 $\boxed{\text{д}}$ остается 0х и 2б,

но ~~из~~ и только 2б нельзя вырезать уголок, то есть останутся 2 лишние

клетки, чего по условию быть не может.

Значит нельзя получить 4 $\boxed{\text{д}}$

Ответ: кол-во уголков  могло ~~по~~ получиться 0 или 3.

Задача №10.2 +

Пусть $n=\overline{abc}$, то число n в обр. порядке $\overline{cba}$. Пусть $n=\overline{abc}$ больше

числа $\overline{cba}$ $(a>c)$, то $k=\overline{abc}-\overline{cba}=10^2(a-c)+10\cdot(b-b)+\cancel{10}(c-a)=10^2(a-c)+c-a$,

пусть $k=\overline{xyz}$ ~~, то т.~~ $=10^2x+10y+z$, то т.к. $a>c$, ~~$x=a-c,\ 10y+z=c-a$~~

$100x+10y+z=100a-100c+c-a=99(a-c)$.

$$\begin{cases}10+c-a=z\\10+b-1-b=9=y\\a-1-c=x\end{cases}\qquad\begin{cases}z=10+c-a\\y=9\\x=a-1-c\end{cases}$$

т.к. $\cancel{\frac{abc}{cb}}$ $\begin{array}{r}\overline{abc}\\-\ \overline{cba}\\\hline\overline{xyz}\end{array}$

Обр. k число $\overline{zyx}=100z+10y+x$

То $\overline{xyz}+\overline{zyx}=100x+10y+z+100z+10y+x=101(x+z)+20y=$

$=101(10+c-a+a-1-c)+20\cdot9=101(10-1)+20\cdot9=101\cdot9+180=1089$

Ответ: 1089.