Шифр участника М-10-14

Задача. Класс. 10. 1

Лист 1 **из** 5

№1

В квадрате 5×5 всего 25 клеток. Т.к. оттуда удалили все угловые ~~клетки~~ клетки (4), то осталась 21 клетка. По условию сказано, что в разбиении участвуют уголки только одного типа ( ), и ~~лишних~~ лишних клеток остаться не должно. Но уголок имеет размер 4 клетки, а $21 \not\vdots\, 4$, значит такое разбиение невозможно.

Ответ: такое разбиение невозможно.

0б

1	2	3	4	5	Σ
0	7	3	7	7	24
0	7	3	7	7	24

Чет

Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический –______**баллов.**

Подписи членов жюри

Шифр участника М-10-14

Задача. Класс. 10 . 2 **Лист** 2 **из** 5

№ 2

Пусть первая цифра числа n — a, вторая - в, третья - с.
Тогда на первом шаге мы вычитаем из $\overline{abc}$ число $\overline{cba}$.
(Будем считать, что $a > c$, т.к. при $a = c$ $\overline{abc} - \overline{cba} = 0$, что противоречит условию, а при $a < c$ мы можем произвести число n (вместо $\overline{abc}$) $\overline{cba}$ и тогда разность снова будет равна $\overline{abc} - \overline{cba}$). Давайте посмотрим на число $\overline{abc} - \overline{cba}$. Т.к. $a > c$, то единичка перенесётся из второго разряда (мы как будто вычитаем в столбик). Но т.к. у обоих чисел во втором разряде „в", то единичка переносится из первого разряда во второй. Тогда первая цифра числа k - это $(a-c-1)$, вторая - 9, а третья - $(10-a+c)$. Тогда $k = (a-c-1)\cdot 100 + 90 + (10-a+c)$, а сумма k и k в обратном порядке равна

$(a-c-1)\cdot 100 + 90 + (10-a+c) + (10-a-c)\cdot 100 + 90 + (a-c-1) = 101(a-c-1) + 101(10-a+c) + 180 =$

$= 101(10-a+c+a-c-1) + 180 = 909 + 180 = 1089.$

Ответ: 1089

2б

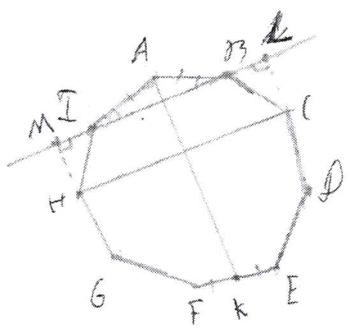
Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический – ______ **баллов.**

Подписи членов жюри ______

Шифр участника М-10-14

Задача. Класс. 10.3 **Лист** 4 **из** 5

№3



Дано:
правильный девятиугольник ABCDEFGHI

Доказать:
а) $BI \parallel CH$
б) $CH - BI = BC$

Доказательство:

а) Пусть K – середина FE. Тогда, т.к. ABCDEFHI – правильный, то AK – его ось симметрии. Тогда $\angle IBC = \angle BIH$, а $\angle IHC = \angle BCI$. Пусть $\angle\alpha = \angle IBC$, а $\angle\beta = \angle IHC$. Тогда, т.к. в четырёхугольнике сумма углов равна 360°, то $2\alpha + 2\beta = 360$, значит $\alpha + \beta = 180$. Тогда, т.к. $\angle IBC + \angle BCH = 180°$, то $IB \parallel CH$ при секущей BC, ч.т.д.

Несобоснованное утверждений

б) В девятиугольнике сумма углов равна $7 \cdot 180°$, а значит каждый угол равен $\frac{7}{9} \cdot 180° = 140°$. Т.к. $\triangle ABI$ – равнобедренный, то $\angle AIB = \angle ABI = \frac{180-140}{2} = 20°$. Значит $\angle HIB = \angle CBI = 140 - 20 = 120°$. Продолжим прямую IB за оба конца отрезка и опустим на неё перпендикуляры HM и CL. В силу симметрии $HM = CL$ и ~~HM H~~ т.к. $HM \perp HC$ и $CL \perp HC$, то $CL \parallel HM$, а значит MHCL – параллелограмм и $ML = HC$. Углы IBC и LBC, а также HIM и HIB смежные, значит $HIM = 180° - HIB = 60°$, и $LBC = 180° - IBC = 60°$. Т.к. $\triangle IMH$ и $\triangle BLC$ – прямоугольные, то $\angle LCB = 90° - LBC = 30°$, и $\angle IHM = 90° - HIM = 30°$, а значит IM и BL, которые лежат против угла в 30°, равны $\frac{1}{2} HI$ и $\frac{1}{2} BC$ соответственно. Но т.к. $HI = BC$, то $IM + BL = \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}BC = BC$, а значит $BI + BC = CH$, и следовательно $CH - BI = BC$, ч.т.д.

+ 3б

Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический – ______ **баллов.**

Подписи членов жюри ______________________

Шифр участника M-10-14

Задача. Класс. 10 . 4 **Лист** 3 **из** 5

№ 4

Нам нужно сравнить $\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$ и 0.

Мы знаем, что $2=2$.

$$8-6=2$$

$$8-2\sqrt{9}=2$$

$$4+\sqrt{7}-2\sqrt{9}+4-\sqrt{7}=2$$

$$4+\sqrt{7}-2\sqrt{16-7}+4-\sqrt{7}=2$$

$$4+\sqrt{7}-2\sqrt{4^2-(\sqrt{7})^2}+4-\sqrt{7}=2$$

$$4+\sqrt{7}-2\sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})}+4-\sqrt{7}=2$$

$$4+\sqrt{7}-2\sqrt{(4+\sqrt{7})}\cdot\sqrt{(4-\sqrt{7})}+4-\sqrt{7}=2$$

$$\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2=2$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{(4-\sqrt{7})}\right)^2}=\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}=\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}=0$$

Ответ: $x=0$.

7б

Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический – _______ **баллов.**

Подписи членов жюри ____________________

Шифр участника М-10-14

Задача. Класс. 10.5 **Лист** 5 **из** 5

№5

Оценка: За столом не может сидеть больше 66 членов партии „Компромисс" (назовём их „лжецами", а членов партии „Народная" — „рыцарями") Предположим что за столом сидят 67 лжецов. Тогда 32 рыцаря делят стол на промежутки из лжецов. По принципу Дирихле, в одном из промежутков сидит не менее $\left[\frac{67}{32}\right]=3$ лжецов. Значит хотя бы один из них сидит между двумя лжецами, и скажет, что его соседи из разных партий, что противоречит условию. При увеличении количества лжецов $\left[\frac{l}{n}\right]$ будет неубывать, значит и противоречие наблюдается при всех l от 67 до 98. (l - кол-во лжецов, n - рыцарей) При 98 все лжецы сидят ~~рядом~~ подряд и противоречие так же работает. +

Пример: Пронумеруем места от 1 до 98. Пусть на местах с номерами кратными трём сидят рыцари, а на остальных - лжецы. Тогда у каждого рыцаря оба соседа из одной партии, а у каждого лжеца - из разных. Значит, они все скажут что их соседи из одной партии, и кол-во лжецов равно ровно 66.

Ответ: 66 участников партии „Компромисс".

7Б

Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический – ______ **баллов.**

Подписи членов жюри ______