1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35
7	7	7	7	7	35

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

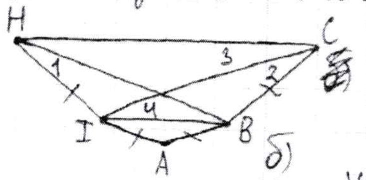
МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

КОД
M-10-19

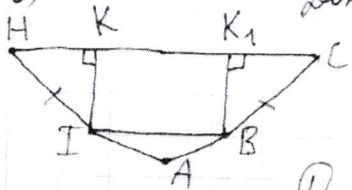
10.3.

Рассмотрим лишь часть рисунка

а)



б)



Дано: $ABCDEFGHI$ – равносторонний девятиугольник, углы A,B,C,D,E,F,G,H,I равны.

Доказать: а) $BI \parallel CH$

б) $CH-BI=BC$.

Доказательство:

а) 1. Сумма углов девятиугольника равна $180°\cdot(9-2)=7\cdot180°$.
Т.к. все $\angle$ равны, то каждый из $\angle A,B,C,\ldots,I$ равен $\frac{180°\cdot7}{9}=140°$.

2. Р: $\triangle BAI$. Т.к. $AI=AB$ (по усл.), то $\triangle BAI$ – равноб., BI – основание $\Rightarrow$ $\angle$ при основании BI равны: $\angle ABI=\angle AIB=\frac{180°-\angle BAI}{2}=\frac{180°-140°}{2}=20°$ (т.к. Σ углов $\triangle=180°$).

3. $\angle HIB=\angle HIA-\angle AIB=140°-20°=120°$; $\angle CBI=\angle CBA-\angle ABI=140°-20°=120°$.

4. Пров. CI и BH. Р: $\triangle BIH$ и $\triangle BCI$. Они равны по 2м сторонам и $\angle$ между ними (BI – общая, $BC=HI$ по усл., $\angle HIB=\angle CBI$). В равных $\triangle$ против $=$ сторон лежат равные $\angle$ $\Rightarrow$ $\angle1=\angle2$.

(+)

5. Р: $4^х$угольник $CBIH$, т.к. $\angle1=\angle2$ лежат по одну сторону отрезка BI, то $CBIH$ – вписанный четырёхугольник. ~~Во вписанном $4^х$угольнике~~ Вписанные $\angle3$ и $\angle4$ в окружности, описанной около $CBIH$, равны, т.к. опираются на равные хорды HI и BC, которые стягивают равные дуги $\smile HI$ и $\smile BC$.

6. $\angle3=\angle4$ (или $\angle HCI=\angle CIB$) – накрест лежащие при $\parallel$ HC и BI секущей CI $\Rightarrow$
$\Rightarrow CH\parallel BI$, чтд.

Продолжение решения задачи 10.3. Рисунок на ~~пред~~ предыдущем листе.

б) 1. Пользуясь доказанным в пункте а), знаем, что в четырёхугольнике $CBIH$ ~~СВ~~ $CH \parallel BI$ и $HI = BC \Rightarrow CBIH$ – равнобедренная трапеция, CH и BI – основания.

2. Проведём перпендикуляры IK и BK_1 к основанию CH; т.к. $CH \perp IK$ и BK_1, $CH \parallel BI$, то $BI \perp IK$ и $BK_1 \Rightarrow \angle BIK = 90^\circ$, $\angle IKK_1 = 90^\circ$, $\angle KK_1B = 90^\circ$, $\angle K_1BI = 90^\circ$.
Значит BK_1KI – прямоугольник $\Rightarrow KK_1 = BI$ (противополож. стороны прямоугольника).
Также $\angle BK_1C = 90^\circ$ и $IKH = 90^\circ$ (т.к. $BI \perp IK$ и $BI \perp BK_1$).

3. Р: $\triangle CBK_1$ и $\triangle HKI$ – прямоугольные.

$\angle KIH = \angle BIH - \angle BIK = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$; $\angle K_1BC = \angle CB_1 - \angle K_1BI = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$.

$\sin\angle KIH = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\angle KIH = \frac{HK}{HI} = \frac{1}{2} \Rightarrow$; $\sin\angle K_1BC = \underbrace{\sin 30^\circ}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sin\angle K_1BC = \frac{K_1C}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow HK = \frac{HI}{2}$; $\Rightarrow K_1C = \frac{BC}{2}$.

$HK + K_1C = \frac{HI}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{BC}{2} + \frac{BC}{2} = BC$ (т.к. $HI = BC$ по условию).

4. $CH - BI = CH - KK_1$ (т.к. $BI = KK_1$); ~~В~~ $CH = HK + KK_1 + K_1C \Rightarrow$
$\Rightarrow CH - KK_1 = HK + K_1C \Rightarrow CH - KK_1 = BC \Rightarrow CH - BI = BC$, чтд.

+

10.2. Пусть a, b и c - цифры числа n, тогда $a, b, c \in \mathbb{Z}$ и $1 \le a \le 9$ (если $a=0$, то число n не будет трёхзначным), $0 \le b \le 9$, $0 \le c \le 9$. Пусть также числа k' и n' будут числами, полученными из записи чисел k и n в обратном порядке. ~~разность чисел~~ Заметим, что разность чисел n и n', где из большего вычитают меньшее, численно равна $|n-n'|$. Получили $k=|n-n'|$. Т.к. a, b, c - цифры числа n, то $n=\overline{abc}=100a+10b+c$ и $n'=\overline{cba}=100c+10b+a$. Тогда $k=|n-n'|=|100a+10b+c-100c-10b-a|=|99a-99c|=99|a-c|$.

Рассмотрим разность $a-c$. Она не может быть больше 9 (иначе получаем $a-c>9$, т.е. $a>9+c \Rightarrow a>9$, неверно), равняться нулю (иначе число k не будет трехзначным числом, т.к. $99 \cdot 0 = 0$) или быть меньше -8 (иначе $a-c<-8 \Rightarrow c>a+8$, где $a \ge 1 \Rightarrow c>9$, неверно). Значит, $-8 \le a-c \le 9$ и $a-c \ne 0 \Rightarrow 0<|a-c| \le 9$. Получается, выражение $|a-c|$ может принимать лишь 9 значений, от 1 до 9 (т.к. a и $c \in \mathbb{Z}$, то $|a-c| \in \mathbb{Z}$).

Найдем искомую сумму $k+k'$ для каждого из полученных значений:

$\lvert a-c\rvert$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k	$99\cdot1=99$	$99\cdot2=198$	$99\cdot3=297$	$99\cdot4=396$	$99\cdot5=495$	$99\cdot6=594$	$99\cdot7=693$	$99\cdot8=792$	$99\cdot9=891$
k'	990	891	792	693	594	495	396	297	198
$k+k'$	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089
	неверно т.к. k не трехзначное								

Искомая сумма принимает только значение 1089.

Ответ: 1089

М-10-19

10.4. $x=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$

$x+\sqrt{2}=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}$ | возведём обе части уравнения в квадрат

$(x+\sqrt{2})^2=(\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}})^2$

$x^2+2\sqrt{2}x+2=4+\sqrt{7}-2\sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})}+4-\sqrt{7}$

$x(x+2\sqrt{2})=8-2-2\sqrt{4^2-(\sqrt{7})^2}$

$x(x+2\sqrt{2})=6-2\cdot\sqrt{16-7}$

$x(x+2\sqrt{2})=6-2\cdot\sqrt{9}$

$x(x+2\sqrt{2})=6-6$

$x(x+2\sqrt{2})=0 \Rightarrow x=0$ или ~~$x=-2\sqrt{2}$~~ $x+2\sqrt{2}=0 \Rightarrow x=0$ или $x=-2\sqrt{2}$.

Однако по условию x имеет только одно значение, значит одно из полученных значений не будет удовлетворять условию. Попробуем подставить $x=-2\sqrt{2}$

$-2\sqrt{2}=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$.

$\sqrt{4-\sqrt{7}}=\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{2}$, но т.к. $4+\sqrt{7}>4-\sqrt{7}$, то $\sqrt{4+\sqrt{7}}>\sqrt{4-\sqrt{7}}$, значит $\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{2}>\sqrt{4-\sqrt{7}}$ (учитывая, что $4-\sqrt{7}>0$, т.к. $2<\sqrt{7}<3$, а также $\sqrt{2}>0$).

Получили противоречие, значит значение $x=-2\sqrt{2}$ не удовлетворяет условию, следовательно $x=0$.

Ответ: $x=0$.

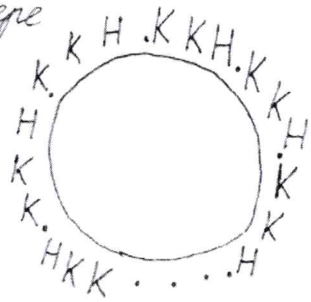
+

Шифр участника М-10-19

Задача. Класс. 10. **Лист** 5 **из** 6

10.5. Рассмотрим тройку подряд сидящих участников. Если все трое из них представители партии „Компромисс" (обозначим их буквой К, а представителей партии народная буквой Н), то получим ситуацию ККК, где центральный из тройки говорит, что его соседи-представители одной и той же партии, и это высказывание правдиво, что противоречит ~~усл~~ условию, ведь К всегда говорит ложь. Значит, в любой выбранной тройке ~~выбранных~~ подряд сидящих участников не более двух К (ведь их не может быть 3). Если разбить на тройки подряд сидящих участников всех 99 человек, то получится ровно 33 такие группы, в каждой из которых не более двух К, значит во всех группах не более $2\cdot 33=66$ К. Получается, среди всех участников не более 66 К. Докажем, что их может быть 66. Пусть они сидят в следующем порядке:

На приведённом примере участники рассажены тройками .ККН. и соседние тройки имеют на примыкающих концах представителей разных партий.



Т.к. они рассажены по одному и тому же принципу, достаточно рассмотреть одну тройку, а для всех остальных ситуация будет аналогична. Имеем:

...Н .$\overset{1}{К}\overset{2}{К}\overset{3}{Н}$. К... Для каждого из участников тройки выполняется условие: они могут сказать „Мои соседи- представители одной и той же партии", и для участников 1 и 2 (они К) ~~оно будет~~ это будет ложью, а для 3 – правдой.

Следовательно, такая рассадка удовлетворяет условию, и при ней достигается наибольшее число К (т.к. в 33 тройках ровно по 2 К, то всего их $2\cdot 33=66$).

Ответ: 66.

Оценочные баллы: максимальный – **7 баллов**; фактический – ______ **баллов.**

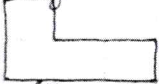
Подписи членов жюри ______

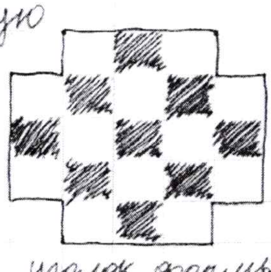
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД

М-10-19

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

10.1. Раскрасим полученную фигуру в шахматную раскраску. Получим, что из всех 21 полей оказалось 9 чёрных и ~~б~~ 12 белых. Уголок формы  назовём его Г



можно раскрасить только двумя способами, как и уголок формы  назовём его У

1)  2) 

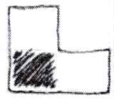
независимо от поворотов уголков.

Получается, что независимо от раскраски и поворота уголок Г закрывает по 2 поля каждого цвета, а ~~форма~~ У закрывает два поля одного цвета и одно-другого.

Рассмотрим случаи возможного количества уголков Г:

1Г: остаётся 7 чёрных и 10 белых полей, а У закрывает по 3 поля, значит невозможно закрыть оставшиеся 17 полей (т.к. $17 \not\vdots 3$).

2Г: аналогично с 1Г.

3Г: остается 3 чёрных и 6 белых полей, значит нужно 3 У такой раскраски: 

4Г: аналогично с 1Г.

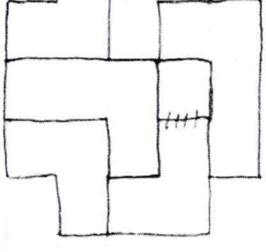
5Г и более: не хватит чёрных полей.

0Г: ~~12~~ остаётся 9 чёрных и 12 белых, нужно 5 У и 2 У

Получается, количество Г может быть 0 или 3, но по условию разрезают на фигуры обоих типов, значит 0 не может быть.

Ответ: ~~0~~ ~~или~~ 3.

пример для 3Г



(пример для 0Г просто так)