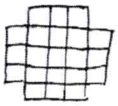
1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35
7	7	7	7	7	35

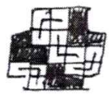
КОД M-10-12

№ 1

 – полученная фигура. В ней 21 клетка.

— в этой фигуре 4 клетки. $6 \cdot 4 = 24$, $24 > 21$, значит 6 фигур и более 6 фигур быть не может, т.к. клеток всего 21. Тогда количество таких фигур может быть от 0 до 5. Рассмотрим каждый случай.

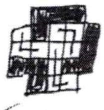
1) 0. Свободных клеток, не занятых фигурами, — 21, число свободных клеток должно быть кратно 3, т.к. фигура состоит из 3 клеток. $21 \vdots 3$, значит разбиение возможно, а фигур может быть 0.

Пример: 

2) 1. Свободных клеток в таком случае будет $21 - 4 = 17$. Т.к. $17 \not\vdots 3$, то разбиение невозможно, а фигур не может быть 1.

3) 2. Свободных клеток в таком случае будет $21 - 2 \cdot 4 = 13$. Т.к. $13 \not\vdots 3$, то разбиение невозможно, а фигур не может быть 2.

4) 3. Свободных клеток будет $21 - 4 \cdot 3 = 9$. Т.к. $9 \vdots 3$, то разбиение возможно, а фигур может быть 3.

Пример 

5) 4. Свободных клеток будет $21 - 4 \cdot 4 = 5$. Т.к. $5 \not\vdots 3$, то разбиение невозможно, а фигур не может быть 4.

6) 5. Свободных клеток будет $21 - 4 \cdot 5 = 1$. Т.к. $1 \not\vdots 3$, то разбиение невозможно, а фигур не может быть 5. 7б.

Ответ: 1 и 3

№ 2

$n = \overline{abc}$ $m = \overline{cba}$ $|\overline{abc} - \overline{cba}| = k'$, $k' = \underset{k}{\overline{def}}$ $\underset{k}{\overline{def}} + \underset{k}{\overline{fed}}$ – ?

Если $a = c$, то $\overline{abc} - \overline{cba} = 0$, что противоречит условию, т.к. k' – трехзначное число, значит $a \neq c$.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ Г. ХАБАРОВСКА

КОД

М – 10 – 12

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»**

Если $a > c$, то рассмотрим разность

$$\begin{array}{r} -\,abc \\ cba \\ \hline kef \end{array}$$

т.к. $(c-a) < 0$, то занимаем десяток у разряда десятков (b). $f = 10 + c - a$.

Чтобы вычесть десятки $(b - b)$ нужно занять один десяток десятков у сотен (a). $e = 9 + b - b = 9$, $e = 9$.

У разрядов сотен заняли одну сотню, значит $k = a - 1 - c$.

Разность $\overline{kef}$ примет вид $\overline{k9f}$

Сумма цифр k и f – это $k + f = (10 + c - a) + (a - 1 - c) = 9$. $k + f = 9$

Аналогичные рассуждения для случая, если $c > a$.

Итак, $e = 9$, $k + f = 9$, $(e; f; k) \in N$.

Пара k и f может быть числами:

1 и 8
2 и 7
3 и 6
4 и 5
5 и 4
6 и 3
7 и 2
8 и 1

(0 и 9) и (9 и 0) быть не может, т.к. $\overline{kef}$ – трехзначное число.

Составим все возможные суммы $\overline{kef} + \overline{fek}$

$198 + 891 = 1089$ $\quad 297 + 792 = 1089$ $\quad 396 + 693 = 1089$
$495 + 594 = 1089$ $\quad 594 + 495 = 1089$ $\quad 693 + 396 = 1089$
$792 + 297 = 1089$ $\quad 891 + 198 = 1089$

Сумма $\overline{kef} + \overline{fek} = 1089$

7б

Ответ: 1089

№ 3

Любой правильный многоугольник можно вписать в окружность.

Впишем девятиугольник ABCDEFGHI в окр $(O;\ OA)$

КОД

М-10-12

Теперь рассмотрим вписанный четырехугольник $BIHC$.
$(B; I; H; C) \in$ Окр $(O; OA)$.
~~Расм. $\triangle BCH$ и $\triangle ICH$: CH – общая,~~ $IH = BC$ (как стороны равностороннего многоугольника), значит равные отрезки IH и BC стягивают равные дуги одной окружности $\smile IH$ и $\smile BC$ соответственно. $\smile IH = \smile BC$. Углы окружности, опирающиеся на равные дуги, равны, т.е. $\angle BHC = \angle ICH$.

$\angle BIC = \angle BHC$, т.к. они опираются на общую дугу BC.

Т.к. $\angle ICH = \angle BHC$ и $\angle BIC = \angle BHC$, то $\angle ICH = \angle BIC$ –

накрест лежащие углы при прямых BI и CH и секущей IC, тогда $BI \parallel CH$ ч.т.д.

Вся окружность составляет $360°$. Т.к. отрезки, являющиеся сторонами правильного девятиугольника равны, то дуги, которые они стягивают, тоже равны. $\smile AB = \smile BC = \smile CD = \smile DE = \smile EF = \smile FG = \smile GH = \smile HI = \smile AI$. 9 дуг, тогда одна дуга составляет $360° : 9 = 40°$.

Отметим на диагонали HC точку X такую, что $CX = IB$.

$\angle IHC = \frac{1}{2} \smile IC = \frac{1}{2}(\smile IA + \smile AB + \smile BC) = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$.

Т.к. $BI \parallel CX$ и $BI = CX$ – по построению, то $BIXC$ – параллелограмм, значит $BC \parallel IX$ и $BC = IX$.

Т.к. $\angle BCX$ и $\angle IXH$ – соответственные при $BC \parallel IX$ и секущей CX, то $\angle BCX = \angle IXH = \frac{1}{2} \smile HB = \frac{1}{2}(\smile AB + \smile AI + \smile IH) = $
$= \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$.

Расм. $\triangle HIX$: $\angle IXH = 60°$, $\angle IHX = 60°$, значит $\angle XIH =$
$= 180° - 60° - 60° = 60°$, тогда $\triangle HIX$ – равносторонний, $HI = XH$

$CH - CX = HX$; т.к. $HX = HI = BC$, $XC = BI$, то
$CH - BI = BC$

ч.т.д.

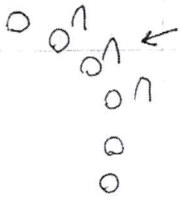
7б.

КОД

М - 10 - 12

№ 5

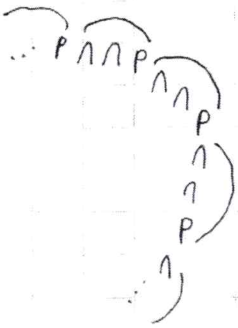
Пусть представители партии „Народная" – буква Р, а партии „Компромисс" — Л.



три подряд Л сидеть не могут, т.к. тот, что посередине скажет правду, возникает противоречие с условием.

Значит подряд вместе могут максимум сидеть 2 Л.

Через каждых 2 Л будет сидеть 1 Р. значит можно разбить всех представителей партий на тройки ЛЛР

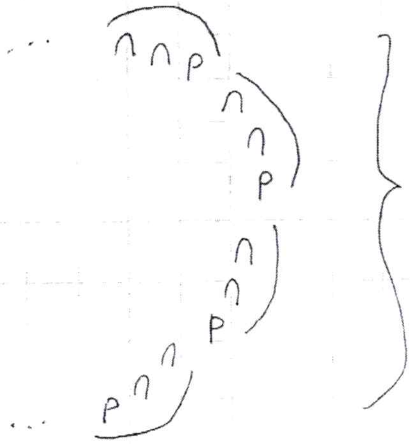


Таких троек будет 99 : 3 = 33.

Л будет не ~~нен~~ более 33 · 2 = 66

Максимальное число представителей партии „Компромисс" — 66.

Пример рассадки:



33 группы

условие выполняется, т.к. возле Р всегда 2 Л и Р говорит правду, а возле каждого Л один Р и один Л и Л говорит ложь.

7б.

Ответ: 66

КОД

М - 10 - 12

№ 4

$x = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{2}$

Т.к. $4+\sqrt{7} > 4-\sqrt{7}$, то $\sqrt{4+\sqrt{7}} > \sqrt{4-\sqrt{7}}$, значит

$\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} > 0$.

$\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} = t$

$\left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2 = t^2$

$4+\sqrt{7} - 2\left(\sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})}\right) + 4-\sqrt{7} = t^2$

$8 - 2\sqrt{16-7} = t^2$

$8 - 2\sqrt{9} = t^2$

$8 - 6 = t^2$

$t^2 = 2$

$t_1 = \sqrt{2}$ $\quad t_2 = -\sqrt{2}$ – не удовл. усл., т.к. $\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} > 0$

$\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} = \sqrt{2}$, тогда $\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{2} = 0$

$x = 0$

Ответ: 0, ни плюс, ни минус

7б.