

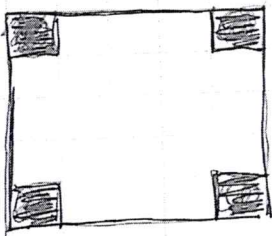
|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| 7 | 7 | 7 | 3 | 4 | 28 |
| 7 | 7 | 7 | 3 | 4 | 28 |

|   |   |   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|---|---|--|
| M | - | 1 | 0 | - | 3 |  |
|---|---|---|---|---|---|--|

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Лист 1 из 7

ЗАДАЧА № 10.1



1) Т.к. вынули углы  $\Rightarrow$  всего осталось  
 $5 \cdot 5 - 4 = 21$  клетка

2) Т.к. свободных клеток нет ~~рассмотрим~~  
возможное кол-во углов по 3 клеткам и по 4 км

~~по 4 км и по 3 км, но тогда останется 1 клетка~~

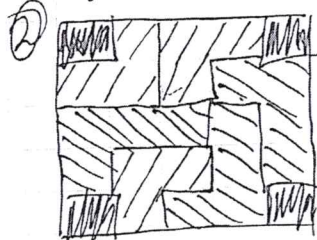
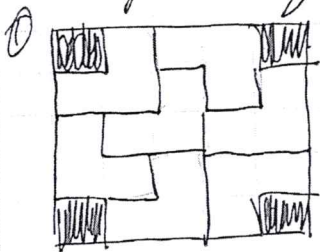
|    | по 4 км | по 3 км | ост |
|----|---------|---------|-----|
| 1) | 5       | 0       | 1   |
| 2) | 4       | 1       | 2   |
| 3) | 3       | 3       | 0   |
| 4) | 2       | 4       | 1   |
| 5) | 1       | 5       | 2   |
| 6) | 0       | 7       | 6   |

Чтобы не осталось ни 1 свободной  
клетки остаток должен быть 0

max вынул по 4 км = 5 тк. если больше  
то нам этого не хватит  
( $6 \cdot 4 = 24 > 21$ )

$\Downarrow$  всего 2 ситуации (0 углов по 4 км 4)  
3 угла по 4 км  $\Rightarrow$  3 по 3

Нужды подтвержд в примере



Ответ: или 0 или ③

75

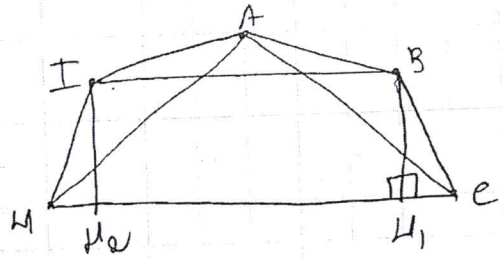
Оценочные баллы: максимальный – 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

ЗАДАЧА № 10.3

Решо: ABCDEFGHI - равноср 9 уг, ник  
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = \angle G = \angle H = \angle I$

Отв: а) ~~BI~~ BI // CH б)  $CH - BI = BC$



в) Реш: Рассмотрим AINC

1) Постр  $\triangle MIA$  и  $\triangle ABC$ .  $\triangle ABC = \triangle MIA$  (2 стор и  $\angle$ ):  
 $MI = IA = AB = BC$  (стор. прав. 9-уника);  $\angle I = \angle B$  (по усл)

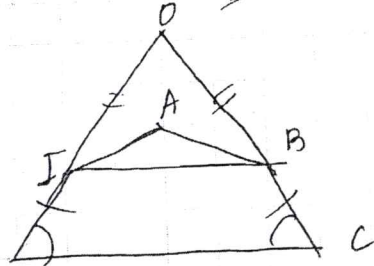
2)  $\triangle AMC$  - равнобед ( $AM = AC$  (из равенства  $\triangle MIA$  и  $\triangle ABC$ ))  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle AMC = \angle ACM$

3)  $\angle IMC = \angle BCM = \angle AMC + \angle AMI = \angle ACM + \angle BCA$  ( $\angle AMC = \angle ACM$  из 2);  $\angle AMI = \angle BCA$  (из 1  $\triangle MIA = \triangle ABC$  - соотв элементы)

4) продлим MI и BC до перес в точ O

$\triangle OMC$  - равнобед ( $\angle M = \angle C$ ) - ~~н~~  $\Rightarrow$   
 $OM = OC \Rightarrow$

$\Rightarrow OI = OB = OM - IM = OC - BC$   
 $(OM = OC; IM = BC - \text{стор. прав. 9-уника}) \Rightarrow$



$\Rightarrow \triangle OIB$  - равнобед ( $OI = OB$ )  $\Rightarrow \angle OIB = \angle OBI = \frac{180^\circ - \angle O}{2}$

5)  $\triangle OMC$  - равнобед  $\Rightarrow \angle OMC = \angle OCM = \frac{180^\circ - \angle O}{2}$

6) из 4 и 5  $\Rightarrow \angle OMC = \angle OIB \Rightarrow BI // CH$  (соотв  $\angle$  при  $IB // CH$  и секущей  $OH$ )

б) Решим ABCHI  $\angle A = \angle I = \angle B = \frac{180^\circ \cdot (9-2)}{9} = 140^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AIB = \angle ABI = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MIB = \angle IBC = \frac{140^\circ - 20^\circ}{2} = 120^\circ \Rightarrow \angle IMC = \angle BCH = \frac{360^\circ - 120^\circ \cdot 2}{2} = 60^\circ$

2)  $\angle BCS = IM = x$ ; Решим  $\triangle BCS$ , ( $BM \perp CH$ ):  $\angle B = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle C = \frac{x}{2}$  Аналогично докажем  $\angle H_2 = \frac{x}{2}$  (при  $IH_2 \perp HC; H_2 \in MC$ )  $\Rightarrow$

Оценочные баллы: максимальный - 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Лист 3 из 7

ЗАДАЧА № 10.3 (продолж.)

$$\Rightarrow CH = MH_2 + H_2M_1 + H_1C \quad (*)$$

$$(!) M_2M_1 = IB \left( \begin{array}{l} \perp H_2M_1B - \text{пар-ш} \\ \text{по отцу.} \end{array} \begin{array}{l} IB \parallel MC \text{ (ш. а)} \\ \perp H_2 \parallel BH_1 \text{ (} \perp H_2 \perp MC; BH_1 \perp MC \text{)} \end{array} \right)$$

$$3) \text{ ш. 2, } (*), (!) \Rightarrow CH = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + IB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CH = IB + x \Rightarrow CH - IB = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = CH - IB$$

ч.м.г.

75.

Оценочные баллы: максимальный – 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

## ЗАДАЧА № 10.4

$$x = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{2}$$

1) При  $x \geq 0$  справедливо *Не рассматриваем случай  $x \leq 0$ .*

$$\sqrt{4 + \sqrt{7}} \geq \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{2} \quad \text{проверим это нер-во.}$$

$$4 + \sqrt{7} \geq 4 - \sqrt{7} + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} + 2 \quad (+ (-4))$$

$$\sqrt{7} \geq 2 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{7} \quad | + \sqrt{7}$$

$$2\sqrt{7} \geq 2 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} \quad | + (-2)$$

$$2\sqrt{7} - 2 \geq 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{7} - 1 \geq \sqrt{8 - 2\sqrt{7}}$$

$$7 - 2\sqrt{7} + 1 \geq 8 - 2\sqrt{7}$$

$$8 - 2\sqrt{7} \geq 8 - 2\sqrt{7}$$

$$8 - 2\sqrt{7} = 8 - 2\sqrt{7} \Rightarrow x = 0$$

Ответ:  $x = 0 \Rightarrow$  знак не отрицательный.

30.

Оценочные баллы: максимальный — 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

МУНИЦИПАЛЬНОЕ  
АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Лист 5 из 7

ЗАДАЧА № 10.5

1) Для того чтобы партии  $K$  всегда говорили ложь нужно, чтобы соседи каждого ее представителя были из  $K$ , а 2 из  $H$

2) Чтобы все  $H$  говорили правду нужно, чтобы оба соседа были из  $H$  партией, а из  $1 \Rightarrow$  что каждый  $1$  сосед из партии  $K \Rightarrow$  оба соседа  $H$  из партии  $K$

3) из  $1$  и  $2 \Rightarrow$  что на каждого предст.  $H$  должно приходиться  $2K \Rightarrow K$  в 2 раза больше представителей

$$\Rightarrow M + K = 99 \Rightarrow M + 2M = 99 \Rightarrow M = 33 \Rightarrow K = 66$$

предположим, что возможно больше, тогда найдутся 3 представителя  $K$ , средние между  $\Rightarrow$  средний в середине будет между 2 или представителями  $1$  партии -  $K$  и будет говорить правду - противоречие  $\Rightarrow$  хотя бы

$$\max K = 66$$

Не приведи пример. 45.

Ответ: 66 человек.

Оценочные баллы: максимальный - 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

## ЗАДАЧА № 10.2

1) представим  $n$  в виде  $= a_1 \cdot 100 + a_2 \cdot 10 + a_3$ , тогда

$$n \text{ перевер} = a_3 \cdot 100 + a_2 \cdot 10 + a_1$$

т.к.  $n$  перевер  $- 3$  угол  $\Rightarrow a_3 \neq 0$ ;  $a_1 \neq 0$  т.к.  $n$ -треугол.

2)  $\exists n > n_{\text{пр}}$ , тогда  $k = 99a_1 - 99a_3 = 99(a_1 - a_3)$

т.к.  $k$  - трёх угол  $\Rightarrow (a_1 - a_3) \geq 2$  т.к. числа натуральные  $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 \geq a_3 + 2$  т.к. мин возм при  $a_1$  и  $a_3 = 1$  т.к.  $\neq 0 \Rightarrow$

при  ~~$a_3 = 1$~~   $1 \geq 1 + 2$  (мин  $a_3$ )  $\Rightarrow a_1 \neq 1$  иначе  $a_1 \neq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$a_3 \leq a_1 - 2$ , тогда при  $a_3 = 9$

$9 \leq 9 - 2$  (макс  $a_1$ )  $\Rightarrow a_3 \neq 9$  иначе  $a_3 \neq 9 \Rightarrow$

~~$a_3: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1$~~

~~Найдём макс  $k$ : т.к.  $k$ -треугол  $\Rightarrow 99 \cdot (a_1 - a_3) \leq 999 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow a_1 - a_3 \leq \frac{999}{99} \Rightarrow a_1 - a_3 < 10 \frac{9}{99} \Rightarrow a_1 - a_3 < 10$  т.к. укл. чис~~

~~макс при  $a_1 - a_3$ , чтобы  $99 \cdot (a_1 - a_3) = (9 - 1) \cdot 99 = 792$~~

~~мин при  $k = 99(3 - 2)$  мин при  $a_1$  и макс возм при  $a_3$   $\Rightarrow$~~

~~$k_{\text{мин}} = 198 \Rightarrow$~~

~~$k \in [198; 792]$~~

продолжит на след. листе

Оценочные баллы: максимальный — 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_

ЗАДАЧА № 10.2. (продолжение)

1)  $n = a_1 \cdot 100 + a_2 \cdot 10 + a_3 \Rightarrow n_{пер} = a_3 \cdot 100 + a_2 \cdot 10 + a_1$

3)  $n > n_{пер}$  Т.к.  $n$  и  $n_{пер}$  - 3х знач  $\Rightarrow a_1 \neq 0$   
 $a_3 \neq 0$

2)  $k = n - n_{пер}$ , тогда  $k = 99a_1 - 99a_3 = 99(a_1 - a_3)$

$k = b_3 + 10b_2 + 100b_1$   $b_2$  всегда = 9

Т.к. при ~~вычитании~~  $a_1 \ a_2 \ a_3$   $a_3 \neq a_1 \Rightarrow$

~~$\Rightarrow$   $a_1 - a_3 = b_3 + 10b_2 + 100b_1$   $\Rightarrow$   $a_1 - a_3 = b_3 + 90 + 100b_1$~~   
 ~~$\Rightarrow$   $a_2 - a_2 = a_2 - 1 - a_2 + 10 = 9 = b_2 \Rightarrow$~~   
 ~~$\Rightarrow b_2 = 9$~~

Т.к.  $a_3 < a_1 \Rightarrow$

Т.к.  $k = 99(a_1 - a_3) = b_3 + 10b_2 + 100b_1 \Rightarrow$

$(b_3 + 100b_1) : 9 \Rightarrow b_1 + b_2 = 9$  ~~т.к. для того, чтобы  $b_1 + b_2 : 9$~~   
 варианты  $b_1=4; b_3=5; b_1=6; b_3=3; b_1=1; b_3=8$  и наоборот т.к.  
 (из возможных приц. или знач)  $\Rightarrow$  это цифр рн

$b_3 + b_1 = 9$   
 $b_2 + b_2 = 18$

$b_1 + b_3 = 9 + 1 = 10$   
 $\Rightarrow$  единств. возм. 1089.

75.

Ответ: 1089.

Оценочные баллы: максимальный - 7 баллов; фактический \_\_\_\_\_ баллов.

Подписи членов жюри \_\_\_\_\_