N	1	2	3	4	5	Σ
Б	7	6	0	7	3	23
	7	6	0	7	3	23

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 10.1	ЛИСТ 1 ИЗ 5	М-10-26 ШИФР УЧАСТНИКА

Да, существуют.

Например числа от 1959 до 2085 (127 подряд идущих натуральных чисел) дают в сумме 2022·127, что явно кратно 2022.

Ответ: существуют.

7б

Председатель: Мендель В.В.

Члены жюри: Изарионов А.А.

Пышская Н.А.

Лабузная И.С.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 10.2	ЛИСТ 2 ИЗ 5	М-10-26 ШИФР УЧАСТНИКА

Решение: При правильной игре победит Боря, т.к. он будет каждый раз говорить число, которое в сумме с предыдущим, названным Асей, будет давать 101. То есть, если Ася, например, пронумеровала енота числом 23, следующего Боря пронумерует числом 78 и т.п. Таким образом каждая пара чисел (Ася - Боря) не будет делиться на 7 (т.к. 101 ⋮̸ 7) и последние 2 числа в сумме также будут не кратны 7.

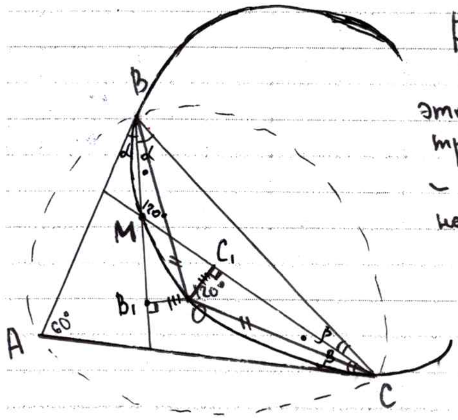
Ответ: Боря получит шоколадку.

6

Не указано почему Боря сможет сделать

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 10.4	ЛИСТ 3 ИЗ 5	М-10-26 ШИФР УЧАСТНИКА



Решение:

Пусть центр описанной окружности треугольника это O. Тогда $\angle BOC$ (обозначим вершины треугольника за A, B и C), опирающийся на $\smile BC$, равен $2\angle BAC$ (т.к. $\angle BAC$ вписанный, опирающийся на $\smile BC$, а $\angle BOC$ центральный), что равно 120°.

Т.к. BO и CO радиусы данной окружности, $BO = CO$.

Обозначим $\angle ABC$ за 2α, а $\angle ACB$ за 2β. Тогда $\angle ABM = \angle MBC = \alpha$, а $\angle ACM = \angle MCB = \beta$ (пусть M - точка пересечения биссектрис).

Т.к. в треугольнике ABC: $60° + 2\alpha + 2\beta = 180°$, то $\alpha + \beta = 60°$. $\Rightarrow \angle BMC = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - 60° = 120°$. Заметим, что в четырёхугольнике BMOC $\angle BMC = \angle BOC$, они опираются на BC и лежат по одну сторону от неё $\Rightarrow$ BMOC вписанный. + $\Rightarrow \angle MBO = \angle MCO$, т.к. они вписанные в одной окружности и опираются на одну дугу ($\smile OM$). Назовём основания перпендикуляров на биссектрису $\angle B$ и $\angle C$ как B_1 и C_1 соответственно.

В прямоугольных треугольниках OB_1B и OC_1C есть равные гипотенузы ($OB = OC$) и равные углы ($\angle B_1BO = \angle C_1CO$), следовательно $\triangle OB_1B = \triangle OC_1C \Rightarrow OB_1 = OC_1$, т.к. в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны.

7б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 10.3	ЛИСТ 4 ИЗ 5	М-10-26 ШИФР УЧАСТНИКА

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ является квадратом целого числа, если $y^2 = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Тогда искомые x, это ~~ординаты~~ абсциссы точек пересечения графиков $M(y) = y^2$ и $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Если рассматривать x от 1 до 2022, то эти графики пересекаются лишь один раз и ордината, как и абсцисса, точки пересечения графиков – нецелое число. $\Rightarrow$ среди чисел $p(1), p(2), \ldots, p(2022)$ нет квадратов целых чисел.

Ответ: 0.

0б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 10.5	ЛИСТ 5 ИЗ 5	М - 10 - 26 ШИФР УЧАСТНИКА

Решение: ~~Ответим на равносильный вопросу задачи вопрос: " какое максимальное кол-во пар~~

Ребра кукратные могут быть!

Представим условие задачи в виде ориентированного графа. Где вершины это люди, а направленные рёбра - это улыбки. Для начала поймём, сколько всего улыбок, их 400 · 200.

Теперь рассмотрим следующую ситуацию, пусть мы выбираем кому улыбнуться (провести ребро) от лица некоторого человека, при этом, некоторые люди уже улыбнулись друг другу (некоторые рёбра уже проведены). Нам следует улыбнуться тем людям, которые ещё не улыбались (от кого к данной вершине нет ребра), чтобы кол-во пар, улыбнувшихся друг другу, было минимальным. Тогда посчитаем максимальное возможное число рёбер нашего графа: $\frac{400\cdot(400-1)}{2} = 200 \cdot 399$.

~~Почему~~!

Неверно см. выше

Тогда число пар людей, улыбнувшихся друг другу равно $400 \cdot 200 - 399 \cdot 200 = 200$.

Ответ: 200 пар людей.

3б

Это жадный алгоритм. Он не всегда оптимален