ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

$2^x x+2^y y \geqslant 2^y x+2^x y$ (*)

$2^x(x-y)+2^y(y-x)\geqslant 0$

$(x-y)(2^x-2^y)\geqslant 0$ (**)

] $f(x;y)=x-y$, $g(x;y)=2^x-2^y$

если $x>y$, то $f(x;y)>0$, $g(x;y)>0$, т.к. 2^n – монотонно возрастающая функция => при $g(n)=2^n$, чем больше аргумент (n), тем больше $g(n)$. => при $x>y$ $f(x;y)>0$, $g(x;y)>0$ => $f(x;y)\cdot g(x;y)>0$

если $x=y$, то $f(x;y)=0$ $g(x;y)=0$ => $f(x;y)\cdot g(x;y)=0$

если $x<y$, при неотрицательных x,y $f(x;y)<0$ $g(x;y)<0 \Rightarrow f(x;y)\cdot g(x;y)>0$

=> при всех неотрицательных x,y $f(x;y)\cdot g(x;y)\geqslant$

=> ** верно => * верно, ч.т.д.

7б

№	1	2	3	4	5	Σ
п/п	7	7	7	7	3	31

Председатель жюри: Мендель В.В.

Члены жюри: М. Ким /М.Г. Ким/

/Будимская И.А./

Богоугдинова Ю.Г.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2.	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

Сумма всех чисел на доске до вычеркивания: $\frac{1+n}{2}n$ (арифметическая прогрессия). Аналогично находим сумму вычеркиваемых чисел $\frac{50+n}{2}\cdot\left(\frac{n}{50}\right)$. ($\frac{n}{50}$ - кол-во записанных чисел $\vdots 50$). Итого сумма оставшихся чисел на доске $\frac{1+n}{2}n - \frac{50+n}{2}\left(\frac{n}{50}\right) =$

$$= \frac{n+n^2}{2} - \frac{50n+n^2}{100} = \frac{50n+50n^2-50n-n^2}{100} =$$

$= \frac{49n^2}{100}$. n можно представить как $50k$, где $k \in Z$. $\frac{49\cdot 50^2 k^2}{100} = 7^2\cdot 5^2\cdot k^2 = (7\cdot 5\cdot k)^2$, ~~что~~ $\Rightarrow$

сумма оставшихся чисел является квадратом $35k$, где $k \in Z$ ($k = \frac{n}{50}$) $\Rightarrow$ Незнайка был прав

Ответ: Незнайка был прав.

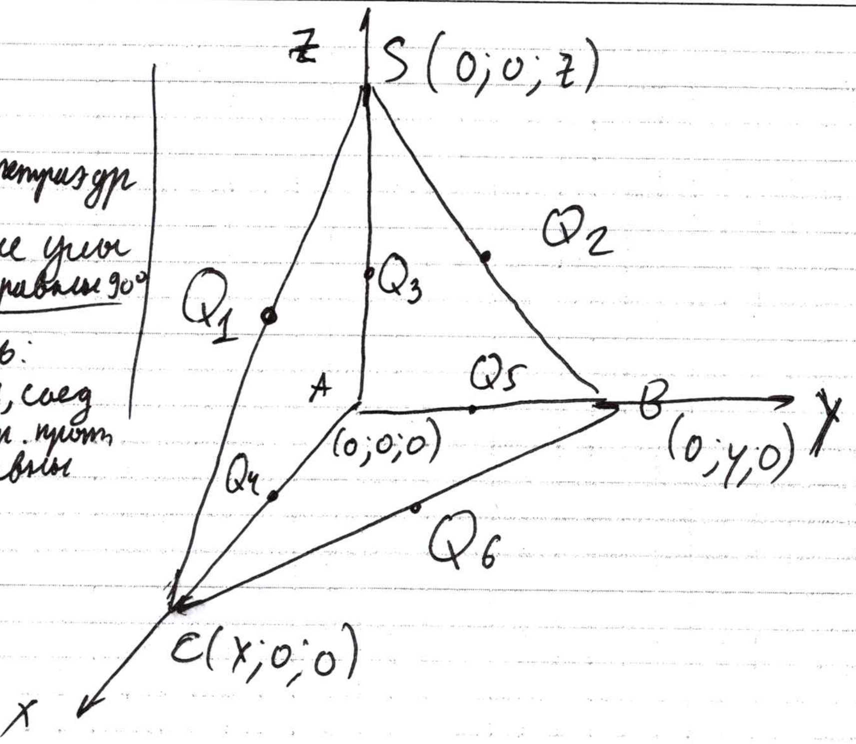
+

7Б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

Дано:
SABC-тетраэдр
линейные углы при A - равны $90°$
Док-ть:
отрезки, соед. сер. прот. ребер. равны



Док-во:

1) Введем прямоуг. систему координат, как показано на рисунке, $A(0;0;0)$

2)] $C(x;0;0)$, $B(0;y;0)$, $S(0;0;z)$

Тогда $Q_1\left(\frac{x}{2};0;\frac{z}{2}\right)$ - сер. SC, $Q_2\left(0;\frac{y}{2};\frac{z}{2}\right)$ - сер. SB, $Q_3\left(0;0;\frac{z}{2}\right)$ - сер. SA, $Q_4\left(\frac{x}{2};0;0\right)$ - сер AC, $Q_5\left(0;\frac{y}{2};0\right)$ - сер AB, $Q_6\left(\frac{x}{2};\frac{y}{2};0\right)$ - сер. CB (прим. 1)

3) $Q_1Q_5=\sqrt{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}}$, $Q_2Q_4=\sqrt{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}}$, $Q_3Q_6=$
$=\sqrt{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}} \Rightarrow Q_1Q_5=Q_2Q_4=Q_3Q_6$ ч.т.д.

прим. 1: если $A(x_1,y_1,z_1)$, $B(x_2,y_2,z_2)$, а C - сер AB, то $C\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2};\frac{z_1+z_2}{2}\right)$

7 8

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 1 ИЗ 2	M-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

1) Любое n-значное число в квадрате минимум $(2n-1)$-значное число (см. рис.1) Очевидно, что 2023^2

2) 7-значное число, начинающееся на 4 и оканчивающееся на 9 (см. рис.2)

3) Аналогично п.1 доказываем, что любое n-значное $\times$ k-значное число минимум $(n+\min(n;k)-1)$-значное число (рис.3)

4) при умножении числа, полученного в п.2 и 2023 получим минимум 10-значное число причем число миллиардов = либо 8 либо больше (9) либо меньше 8 если есть большие разряды миллиардов (см. рис. 4). Это 10-значное число является 2023^3

5) При возведении числа, полученного в п.4. получим число минимум 21-значное число (см. п1). (т.к. $8\times8=64$)

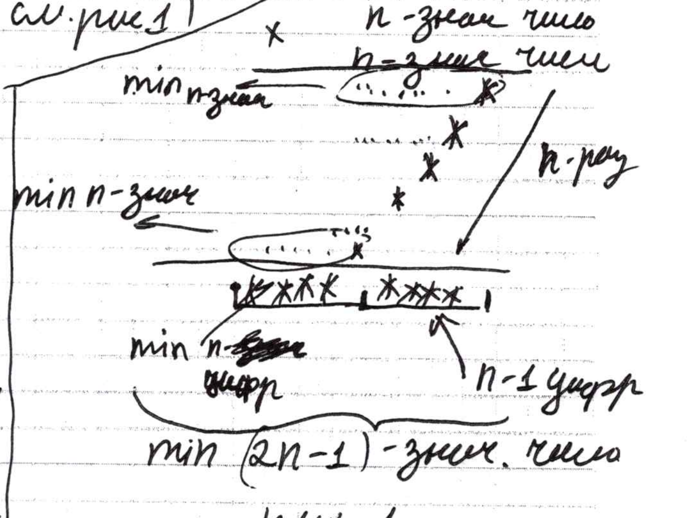


рис. 1

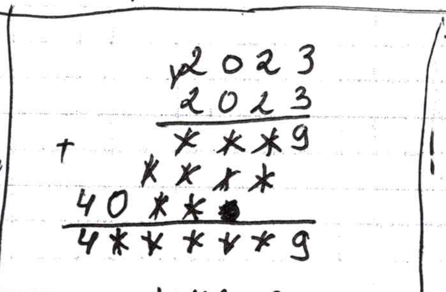


рис. 2

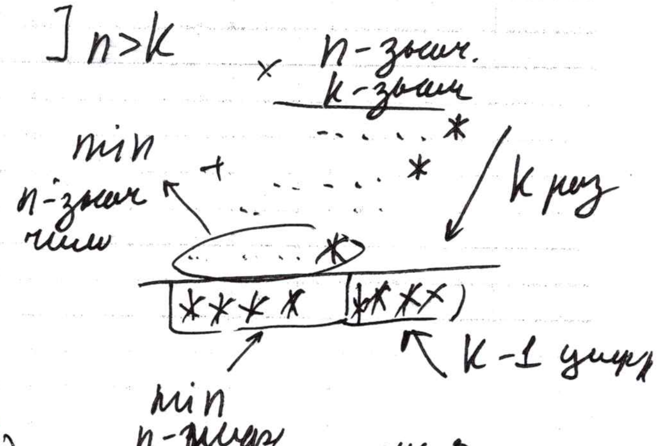


рис. 3

6) т.к. в числе 21-знак, то 20 мест займет каждая ~~число~~ цифра по 2 раза (всего цифр 10), а 21-место займется какой-либо цифрой, которая станет третьей в числе, ч.т.д.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

Проверка:

$$\begin{array}{r} 2023 \\ \times\ 2023 \\ \hline 6069 \\ +\ 4046 \\ 4046 \\ \hline 5\,8\,1\,2\,9 \end{array}$$

шаблон:

$$\begin{array}{r} \times\ 4{*}{*}{*}{*}{*}{*} \\ 2023 \\ \hline {*}{*}{*}{*}{*}{*}{*} \\ {*}{*}{*}{*}{*}{*}{*} \\ 8{*}{*}{*}{*}{*}{*}\ldots \\ \hline 8\ldots\ldots\ldots{*} \end{array}$$ — 10-значное число

рис. 4

$$\begin{array}{r} 2023 \\ \times\ 2023 \\ \hline 6069 \\ +\ 4046 \\ 4046 \\ \hline 4092529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 4092529 \\ \hline 36832761 \\ +\ 8185058 \\ 20462645 \\ 8185058 \\ 36832761 \\ 16370116 \\ \hline 16748793615841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 16748793615841 \\ \hline 4092529 \\ +\ 16370116 \\ 32740232 \\ 20462645 \\ 4092529 \\ 24555174 \\ 12277587 \\ 36832761 \\ 28647703 \\ 32740232 \\ 16370116 \\ 28647703 \\ 24555174 \\ 4092529 \\ \hline \end{array}$$

$2023^6 = 68544923587844151889$

$$\begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 9 \\ \hline 36832761 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 2 \\ \hline 8185058 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 5 \\ \hline 20462645 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 4 \\ \hline 16370116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 8 \\ \hline 32740232 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 6 \\ \hline 24555174 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 3 \\ \hline 12277587 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 7 \\ \hline 28647703 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4092529 \\ \times\ 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

Видим, что в числе 2023^6 есть три одинаковые цифры; например, „5".

7 б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.5	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-11-16 ШИФР УЧАСТНИКА

Расставим людей по порядку и дадим им номера (n-четное) $x_1, x_2, \dots x_n$, где n в нашем случае равно 400, ~~то~~ каждый должен улыбнуться $\frac{n}{2}$-раз. Чтобы было как можно меньше пар, улыбнувшихся друг другу распределим людей так:] x_1 улыбается $x_2, x_3, \dots x_{\frac{n}{2}+1}$. Общее кол-во улыбок x_k есть модуль разности индексов последнего человека и его самого, то есть кол-во улыбок $x_1 = |\frac{n}{2}+1-1| = \frac{n}{2}$. x_2 тогда улыбается $x_3, x_4, x_5 \dots x_{\frac{n}{2}+2}$. (кол-во улыбок $|\frac{n}{2}+2-2| = \frac{n}{2}$), не встречаясь с x_1. x_k не будет улыбаться всем $x_1, x_2 \dots, x_{k-1}$. Так, без повторений улыбок друг другу, может происходить до $x_{\frac{n}{2}}$ включительно. $x_{\frac{n}{2}+1}$ улыбается $x_{\frac{n}{2}+2}, x_{\frac{n}{2}+3} \dots x_n$, чтобы не улыбаться тем, кто ему улыбнулся. Однако он улыбнулся $|\frac{n}{2}+1-n| = |-\frac{n}{2}+1| = \frac{n}{2}-1$, т.е. ему надо улыбнуться еще одному $(n \geq 2)$ человеку, который ему уже улыбался. Аналогично $x_{\frac{n}{2}+2}$ улыбается $x_{\frac{n}{2}+3}, x_{\frac{n}{2}+4} \dots x_n + x_1$. Вновь он улыбнулся $|\frac{n}{2}+2-1| = \frac{n}{2}-1$. Так каждый от $x_{\frac{n}{2}+1}$ до x_n (включительно) должен будет улыбнуться минимум 1 человеку, который ему улыбался. В нашем случае это люди с номерами от x_{201} до x_{400}, т.е. всего $\frac{n}{2} = 200$ человек, т.е. минимум пар улыбок будет 200

Ответ: 200

35