ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 1 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

$2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y \iff$

$\iff 2^x(x-y) + 2^y(y-x) \geq 0 \iff$

$\iff (x-y)(2^x - 2^y) \geq 0$

Рассмотрим возможные ситуации:

1) $x>y$, тогда $x-y>0$

$2^x > 2^y$ $\quad 2^x - 2^y > 0$

Значит $(x-y)(2^x - 2^y) > 0$

2) $x<y$, тогда $x-y<0$

$2^x < 2^y$ $\quad 2^x - 2^y < 0$

Значит $(x-y)(2^x-2^y)>0$

3) $x=y$, тогда $x-y=0$

$2^x = 2^y$ $\quad 2^x - 2^y = 0$

Значит $(x-y)(2^x-2^y)=0$

Получаем, что при люб. знач. x и y $(x-y)(2^x-2^y) \geq 0$, значит верно исходное нер-во

ч.т.д.

25

№	1	2	3	4	5	Σ
б	7	7	7	0	0	21

Председатель жюри: Мензул В.В.

Члены жюри: Клин М.Г.

Богоутдинова Ю.Г.

Дубинская И.А.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3	ЛИСТ 2 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Дано:

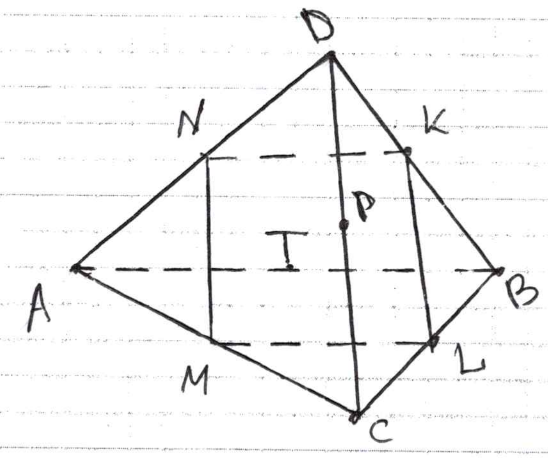
ABCD-тетраэдр
D-верш.
∠ADB=90°

∠ADC=90°

∠BDC=90°

Док-ть:

отрезки, соед. сер. противоп. стор. равны



Решение:

1) отметим середины стор.

∃ N-сер. AD
M-сер. AC
T-сер. AB
L-сер. BC
K-сер. DB
P-сер. DC

2) провед. MN, ML, LK, KN

т.к. M-сер. AC, L-сер. AB, то ML-ср. лин. Δ-а ABC => ML ∥ AB

аналог. NK-ср. лин. Δ-а ADB => NK ∥ AB

NK ∥ AB
ML ∥ AB
=> по св-ву транзитивн. NK ∥ ML

аналогично

NM ∥ DC
KL ∥ DC
=> NM ∥ KL

MNKL-пар-м

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3	ЛИСТ 3 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

3) $KL \parallel DC$ (KL - ср. лин. Δ-а CDB (K - сер. DB, L - сер. CB))

$\Downarrow$

$\angle CDB = \angle LKB$

$\angle CDB = 90^\circ$ (по усл.), значит $\angle LKB = 90^\circ$

$\angle NDK = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow DK$ - проекц. секущ. NK на пл-ть CDB

т.к. $\angle LKB = 90^\circ$, то $KL \perp DK$

$\Downarrow$

$NK \perp$ ~~DB~~ KL (по т. о 3-х $\perp$-ах)

т.к. $MNKL$ - пар-м и $NK \perp KL$, то по признаку $MNKL$ - прямоуг.

$\Downarrow$

$NL = MK$ (в прямоуг. диаг. равны)

4) аналогично док-ем, что $MTPK$ - прямоуг. $\Rightarrow TP = MK$ (как диаг. прямоуг.)

~~аналогично док-ем, что NPLT - прямоуг. => TP = NL~~

5) ~~$NL = MK$~~
~~$TP = MK$~~ ~~$\Rightarrow NL = MK = T$~~
~~$TP = NL$~~

$NL = MK = TP$ т.к. N, L, M, K, T, P - сер. стор. тетраэдра, то LN, MK, TP - отрезки, соед. середины проти-

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3	ЛИСТ 4 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

воположных сторон. Значит
отрезки, соед. середины проти-
воположн. сторон равны

ч.т.д.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 5 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

$2023^6=(2000+23)^6=2000^6+6\cdot 2000^5\cdot 23+$

$+15\cdot 2000^4\cdot 23^2+20\cdot 2000^3\cdot 23^3+15\cdot 2000^2\cdot 23^4+$

$+6\cdot 2000\cdot 23^5+23^6=64\,000\,000\,000\,000\,000\,000+$

$+4\,416\,000\,000\,000\,000\,000+126\,960\,000\,000\,000\,000+$

$+1\,114\,672\,000\,000\,000+1\,679\,046\,000\,000+$

$+7\,723\,611\,6000+148\,035\,889=$

$68\,544\,123\,587\,844\,151\,889$

$=\cancel{68544106787384151883}$

−

Как мы видим в получившемся числе есть 3 ~~четвёрки~~ единицы и 3 ~~восьмерки~~

ч.т.д.

0

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2	ЛИСТ 6 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Найдём сумму S_1 всех чисел от 1 до n

$S_1 = \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{n+n^2}{2}$

Найдём сумму S_2 всех ~~чисел~~ чисел от 1 до n, кот. $\vdots$ 50, таких чисел всего $\frac{n}{50}$

$S_2 = \frac{50+n}{2} \cdot \frac{n}{50} = \frac{50n+n^2}{100}$

Найдём сумму S всех чисел от 1 до n, за исключением чисел от 1 до n, кот. $\vdots$ 50, для этого из S_1 вычтем S_2

$S = S_1 - S_2 = \frac{n+n^2}{2} - \frac{50n+n^2}{100} =$

$= \frac{\cancel{50n}+50n^2-\cancel{50n}-n^2}{100} = \frac{49n^2}{100}$

S явл. квадратом числа $\frac{7}{10}n$, но т.к. $n \vdots 50$, то $n \vdots 10$, значит $\frac{7}{10}n$ — натур. число, значит S явл. квадратом натур. числа

Получается, что Незнайка прав

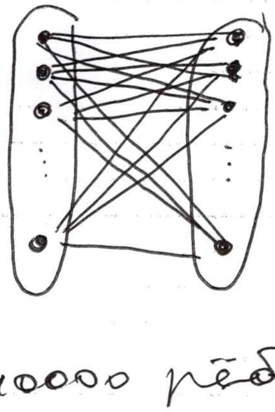
Ответ: да

4

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ №11.5	ЛИСТ 7 ИЗ 7	М-11-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Оценка:
400 людей можно представить, как 400 вершин графа, каждая из кот. имеет степень 200. Для того, чтобы получилось дерево (чтобы не было изолированных точек), кол-во рёбер должно равняться степени каждой вершины в квадрате, то есть всего рёбер 40000
Кол-во рёбер равно кол-ву пар людей, улыбн. друг другу
Это можно проиллюстрировать с помощью двудольного графа. В левой доле будет 200 человек, кот. улыбнулись каждому из 200 человек в прав. доле, но не улыбнулись ни одному в левой доле. Тогда получим, что кажд.



человек из левой доли улыбн. 200 людям и кажд. человек из правой доли улыбнулся 200 людям.

0б

Заметим, что меньше 40000 рёбер быть не может, т. к. в таком случае не кажд. присутств. улыбн. 200 людям
~~[illegible]~~ Пример: берём 2 группы ~~из 200 ч.~~, кажд. по 200 человек. Каждый из I гр. будет улыб. кажд. из II группы и наоборот. Тогда кажд. человек будет улыб. 200 людям.

Ответ: 40000 —