Председатель жюри: Мендель В.В.

Члены жюри: Богоутдинова Ю.Г.
Дубинская И.А.
Ким М.Г.

1	2	3	4	5	Σ
7	7	x	7	3	24

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ №11.1	ЛИСТ 1 ИЗ 6	М-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

Задача 11.1

$$2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y$$

1 • если $x = y$ то заменим x на y т.к. они равны

$$2^y y + 2^y y = 2^y y + 2^y y$$

2 • если $x > y$ то это значит что x можно выразить как $x = y + d$ где $d > 0$, $d = x - y$

подставлю $y+d$ вместо x

$$2^{y+d}(y+d) + 2^y y > 2^y(y+d) + 2^{(y+d)} \cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^y(2^d y + 2^d d + y) > 2^y(y + d + 2^d y)$$

$2^y > 0$

$2^d > 1$ т.к. $d > 0$; $y > 0$; $x > 0$ (по усл.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow y \cdot 2^d > y$; $d < 2^d d$ тогда

$$2^d y + 2^d d + y > y + d + 2^d y$$

$2^d d > d$ следует

$$x > y;\ 2^x x + 2^y y > 2^y x + 2^x y$$

3 • если $x < y$ то выражу y как $y = x + z$, $z > 0$, $z = y - x$

подставлю $x + z$ заместо y $\Rightarrow$

$$2^x x + 2^{(x+z)}(x+z) > 2^{(x+z)} x + 2^x(x+z)$$

$$2^x(x + 2^z(x+z)) > 2^x(2^z x + x + z)$$

$$2^x(x + 2^z x + 2^z z) > 2^x(2^z x + x + z)$$

~~Значит~~ $2^x > 0$

т.к. $z > 0 \Rightarrow 2^z > 1$, $x > 0 \Rightarrow x \cdot 2^z > x$, $z 2^z > z \Rightarrow$

$$\Rightarrow x + 2^z x + 2^z z > 2^z x + x + z \Rightarrow$$

$$2^x x + 2^y y > 2^y x + 2^x y$$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 2 ИЗ 6	М-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

при любых ~~знач~~ неотрицательных значениях x, y выполняется одно из 3 условий описанных выше

из них следует что

левая часть неравенства либо равна правой, либо больше правой что и требовалось доказать.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2	ЛИСТ 3 ИЗ 6	М-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

Задание 11.2

n делится нацело на 50 по условию $n>0$ тогда n можно представить как
$n = i\cdot 50,\ i>0 \Rightarrow i=\frac{n}{50}$

сумму чисел от 1 до n без чисел делящихся на 50 можно найти
$S = S_n - S_{50}$; где S_n - это сумма всех чисел от 1 до n
S_{50} сумма всех чисел делящихся на 50

S_{50}, S_n - арифметические прогрессии

$S_n = \frac{(n+1)n}{2}$; $S_{50} = \frac{50\cdot 2 + 50(i-1)}{2} i =$

$= \frac{100 + 50(i-1)}{2} i$

~~Найду сумму~~ Найду S для 50 $i=\frac{50}{50}=1$

$S = \frac{(50+1)50}{2} - \frac{100+50(0)}{2} 1 =$
$= 1275 - 50 = 1225$ - это квадрат $(5\cdot 7)^2$
$1225 = (5\cdot 7)^2$

Найду S для 100 $i=\frac{100}{50}=2$
$S = \frac{(100+1)100}{2} - \frac{100+50(2-1)}{2} 2 = 4900$
$4900 = (5\cdot 7\cdot 2)^2$

Найду S для 150 $i=\frac{150}{50}=3$
$S = \frac{(150+1)150}{2} - \frac{100+50(3-1)}{2} 3 = 11025$
$11025 = (5\cdot 7\cdot 3)^2$

Выдвиге гипотезу что $S = (5\cdot 7\cdot i)^2$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2	ЛИСТ 4 ИЗ ___	14-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

~~проверю~~ докажу тождество

$(5\cdot 7\cdot i)^2 = S_n - S_{50} = \frac{(n+1)n}{2} - \frac{100+50(i-1)}{2}i;$

$n = i\cdot 50 \Rightarrow$

$\Rightarrow (5\cdot 7\cdot i)^2 = \frac{(i\cdot 50+1)i\cdot 50}{2} - \frac{100+50(i-1)}{2}i;$

$25\cdot 49\cdot i^2 = 25i(i\cdot 50+1) - 50i - 25i(i-1) \quad |:25$

$49i^2 = i(i\cdot 50+1) - 2i - i(i-1)$

$49i^2 = i^2\cdot 50 + i - 2i - i^2 + i$

$49i^2 = 49i^2 \Rightarrow$ тождество доказано

$\Rightarrow S = S_n - S_{50} = (5\cdot 7\cdot i)^2$

$\Rightarrow$ Незнайка был прав.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.5	ЛИСТ 5 ИЗ 6	M-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

~~200ам людям, а это значит что в таком случае людей которые улыбнулись друг другу не будет~~

~~пока i улыбается $[i+1; 200+i]$ людям $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow [[i+1; 200i]+1 : [i+1: 200+i]+200]$~~

~~где крайний человек~~

~~где люди которым улыбнулись улыбнутвая людям~~

~~[B:~~

Выстроим 400 человек в круг. ~~тогда~~ пронумеруем людей от 1 до 400 тогда

$1 \le i \le 400$

i человек улыбается людям $[i+1 : 200+i]$ с номерами

3 балла за пример.

Оценки нет

тогда крайний человек из этого множества имеет номер $200+i$ он улыбнется людям с номерами $[201+i : 400+i] \Rightarrow$ отсюда следует что человек с наибольшим номером всегда улыбнулся ему при таком способе.

Пример (+)

(наименьшее кол-во)

В таком случае пар улыбающихся друг другу людей будет 200

~~Решения при котором~~

Более оптимального ответа нет

~~V. A~~

Ответ: 200.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 6 ИЗ 6	М-11-29 ШИФР УЧАСТНИКА

$$2023^6 = \left((2000+23)^3\right)^2$$

$$\cancel{(2000+23)^3 = 8\cdot 10^9 + 3\cdot 4\cdot 10^6\cdot 23 + 3\cdot 2\cdot 10^3\cdot 529 + 12167}$$

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

$$2^6\cdot 10^{18} + 6\cdot 2^5\cdot 10^{15}\cdot 23 + 15\cdot 2^4\cdot 10^{12}\cdot 529 + 20\cdot 2^3\cdot 10^9\cdot 12167 + 15\cdot 2^2\cdot 10^6\cdot 279841 + 6\cdot 2\cdot 10^3\cdot 6436343 + 148035889 =$$

$$= 148035889 + 77236116000 + 16790.460\,000000 + 1946720.000.000.000 + 126.960\,000\,000000000 + 4416\,000.000.000.000.000 + 64\,000000\,000\,000\,000000 =$$

$$= 68\,544\,923\,587\,844\,151\,889$$

+

в ~~данном числе цифра 8 повторяется более~~

~~в 2023~~ в числе 2023^6 цифра 5 повторяется 3 раза.

75