ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 1	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М-9-3 ШИФР УЧАСТНИКА

$\frac{x}{x+5}$ и $\frac{y}{y+2022}$ (x – числитель первой дроби, y – числитель второй дроби)

Да, может. Например $\frac{2023}{2028}+\frac{5}{2027}>1$, а значит у их суммы числитель больше знаменателя. Докажем верность примера.

$\frac{2023}{2028}$ $2028=2023+5$ ~~это~~, дробь несократима т.к. 2023 не имеет натуральных ~~общих~~ делителей с 5 ~~больших~~ кроме 1 (5-простое число, $2023 \not\vdots 5$) и, значит также с $2028=2023+5$. ~~$2028>0$~~ $2028>0$, $2023>0$. Первая дробь подходит.

$\frac{5}{2027}$ $2027=5+2022$, дробь несократима т.к. 2027 и 5 не имеют натуральных общих делителей ~~больших~~ кроме 1 (5-прост. число, $2027 \not\vdots 5$), ~~$2027>0$~~ ~~$2027>0$~~ $2027>0$ $5>0$. Вторая дробь подходит.

Докажем, что $\frac{2023}{2028}+\frac{5}{2027}>1$

$$\frac{2023}{2028}=1-\frac{5}{2028}$$

$\frac{5}{2028}<\frac{5}{2027}$ т.к. $2028>2027$ и среди дробей с одинаковым числителем больше та, у которой меньше знаменатель. ~~Значит, $\frac{2023}{2028}>1-\frac{5}{2027}$~~

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 1	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М-9-3 ШИФР УЧАСТНИКА

$\frac{5}{2028} < \frac{5}{2027} \quad \Big| + \frac{2023}{2028}$

т.к. сумма ~~Ва~~ дробей больше 1, числитель суммы больше знаменателя.

$1 < \frac{2023}{2028} + \frac{5}{2027}$, Доказано.

Ответ: Да, может, ~~н~~апример дроби

$\frac{2023}{2028}$ и $\frac{5}{2027}$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 2	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-9-3 ШИФР УЧАСТНИКА

+

$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2021\cdot2023-(1^2+2^2+3^2+\ldots+2022^2)=$
$=(2-1)\cdot(2+1)+(3-1)\cdot(3+1)+(4-1)(4+1)\ldots+(2022-1)(2022+1)-$
$-(2^2+3^2+\ldots+2022^2)-1^2=2^2-1^2+3^2-1^2+4^2-1^2\ldots+2022^2-1^2-$
$-(2^2-3^2\ldots-2022^2-1^2=2021\cdot(-(1)^2)-1^2=-2022$

Ответ: -2022.

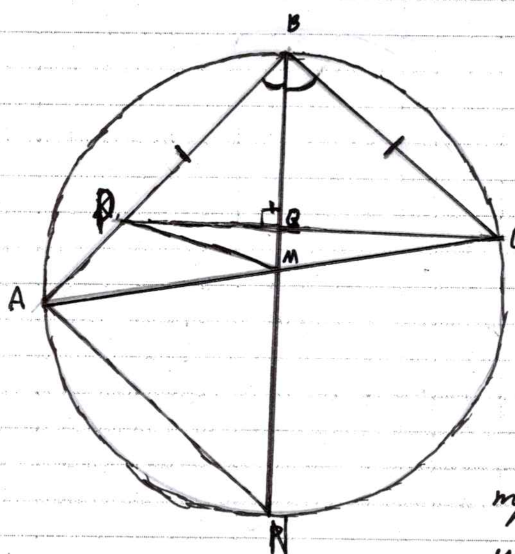
Пояснение: $((n-1)(n+1)-n^2=n^2-1^2-n^2=-1)$

в выражении заменим 2021 повторени ~~выражени~~ $(n-1)(n+1)-n^2$ с (n от 2 до 2022) n от 2 до 2022 на его значение при любом n — -1 и получим (получим) $-2021-1^2=-2022$ (оставшееся из второй скобки)

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 3	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М – 9 – 3 ШИФР УЧАСТНИКА

+



~~Для того, чтобы доказать, что A, P, M, N леж~~

Обозначим Q точку пересечения BM и PC. ΔBPC — равнобедренный т.к. $BP = BC$. Значит биссектриса угла ABC (также угол PBC) также высота и медиана BQ,

Т.к. $PQ = QC$ и $\angle PQM = 180° - BPQ = 90°$ MQ —
$\underset{90° \text{ т.к. } BQ \text{ — высота}}{\parallel}$
высота и медиана ΔPMC и значит ΔPMC - равнобедренный. Т.к. ΔPMC и ΔPBC — равнобедренные треугольники $\angle MPC = \angle MCP$ $\angle BPC = \angle BCP$

значит $\angle MPC + \angle BPC = \angle BCP + MCP$, значит т.к. $\angle BPM = \angle BPQ + \angle MPC$ $\angle BCM = \angle BCP + \angle MCP$

$\angle BPM = \angle BCM$.

Угол $\angle BCM = \angle MNA$ т.к. ~~эти~~ ~~эти~~ оба ~~вып~~ опираются на одну дугу и B, N, A, C, M (также $\angle BNA$) все лежат на одной окружности.

~~так~~ $\angle MPA + \angle BPM = 180°$ $\angle MPA = 180° - \angle BPM$

~~так~~ M не лежит на одной окр-ти вместе с точками A, N, B, C

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 3	ЛИСТ 2 ИЗ 2	м — 9 — 3 ШИФР УЧАСТНИКА

$\angle BPM = \angle BCM$ $\quad \angle BCM = \angle MNA$

$\angle MPA = 180° - \angle MNA$. Значит в ~~при~~ четырехугольнике MPAN два противоположных угла $\angle MPA$ и $\angle MNA$ в сумме дают $\angle MNA + 180° - \angle MNA = 180°$, это признак вписанного четырехугольника, значит MPAN — вписанный, значит M, P, A, N лежат на одной окружности.

Доказано

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 4	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М – 9 – 3 ШИФР УЧАСТНИКА

X

Рассмотрим дома с номерами 3, 9, 27 и 81 их попарно будут соединять дорожки т.к. $81 = 3 \cdot 27 = 9^2$ $27 = 3 \cdot 9$ $9 = 3^2$.

Возьмем ~~два~~ дома 3 и 9. есть три ~~возможных~~ группы случаев расположения домов 81 и 27, ~~отно если~~ не ~~образуют вышеназванная~~ относительно дорожки 3 — 9.

I
81
3 —— 9
27

В этой группе случаев 81 и 27 находятся по две стороны дорожки 3 — 9. Значит дорожка 81 — 27 пересечет дорожку 3 — 9.

II
3 —— 9
81 27

~~Они~~ по одну сторону и ~~81~~ 81 ~~между~~ ~~меньшей 3/4~~ ~~другой 9~~ ближе к 3, чем 27.

В этом случае 81 и 9 будут по разные стороны дорожки 3 — 27 и значит дорожка 81 — 9 пересечет 3 — 27

III
3 — 9
27 81

Они по одну сторону и 27 ближе к 3, чем 81.

27 и 9 по разные стороны 3 — 81, значит 27 — 9 пересечет 3 — 81.

(Других групп случаев нет, т.к. ~~27~~ дома совпадать не

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 4	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М - 9 - 3 ШИФР УЧАСТНИКА

могут) и те данные что использовались для выделения групп случаев других вариантов не имеют

по одну сторону — по две стороны (стороны только две, совпадать не может) I

81 ближе к 3 — II

27 ближе к 3 (совпадать не могут, третьего дома нет) — III

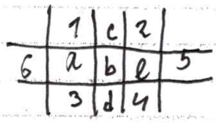
Значит мы доказали для групп случаев, которые включают все случаи (в ~~одной~~ какой-либо из групп), следовательно, доказано.

Пояснение: Если два дома лежат по две стороны дорожки ~~то~~ соединяющей другие два дома (соединенных дорожкой) то дорожки пересекаются т. к. они ограничены кругом и значит дорожка делит все доступное место на две половины, соответственно будет пересечение.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

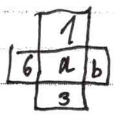
ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М-9-3 ШИФР УЧАСТНИКА

~~Рассмотрим нас~~ Рассмотрим один крест из 5 клеток и назовем ~~пронумеруем его~~ цвета a, b, c, d, e (в зависимости от ~~цвета~~ названия то клетки в рассм. кресте, в кресте по условию будут все цвета) а неизв. цвета клеток вокруг пронумеруем.



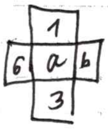
~~клет~~ Рассмотрим клетку ~~1,2,3,4~~. клетка 1 не может быть a или c ~~или~~ b т.к. есть кресты

и

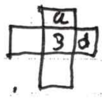


. Значит 1 — либо d, либо e. Расмотрим эти два случая.

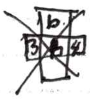
I. 1 = e. Тогда 3 = c т.к. есть кресты



и

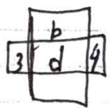


и 4 = e. 4 = a т.к. есть кресты



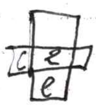
и

и 3 = c.

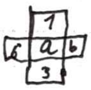


2 = d т.к. есть кресты

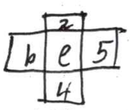
и



и 4 = a. ~~2 = d~~ ~~Наконец~~ 6 = d т.к. есть крест



1 = e
3 = c, 5 = c т.к. есть крест



2 = d, 4 = a. Значит в прямоугольнике 1×5

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М-9-3 ШИФР УЧАСТНИКА

c a b e 5 все цвета различны т.к. 6 = d, 5 = c.

~~Ан~~ (Если крест можно выделить на чертеже, то по условию это значит, что все цвета клеток в нем различны)

II 1 = d ~~3 = т.к. [6|a|b] и [3|d] 4~~

2 = a т.к. есть кресты [1|c|2] и [c|2] 1 = d

4 = c т.к. есть кресты [b|e|5] и [3|d|4]

2 = a ; 3 = e т.к. есть кресты [3|d|4] и [3], 4 = c

6 = c т.к. есть крест [6|a|b] и 1 = d, 3 = e ,

5 = d , т.к. есть крест [b|e|5] и 2 = a, 4 = c

Значит в прямоугольнике ~~[6|a|b]~~ 1×5 [6|a|b|e|5] все цвета разные т.к. 6 = c, 5 = d.

Доказано для обоих случаев.

Этим доказательством можно воспользоваться для любого горизонтального прямоугольника ~~из 5 клеток~~ 1×5 и для любого вертикального прямоугольника (повернув доказательство на 90°) расположив крест так, чтобы две выделенные клетки совпали. Доказано.

Пояснение: под фразой есть крест имеется ввиду, что такой крест можно выделить на чертеже;

1	2	3	4	5
7	7	7	7	7

Перс. Пр

Гриня

Шорн