ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 1	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

+

Доказательство того, что может:

Первая дробь имеет вид $\frac{a-5}{a}$, а вторая $\frac{b-2022}{b}$, где $a \in N, b \in N$, $a \neq 0, b \neq 0$.

Ответ: Да

Возьмем $a = 100000$, $b = 100000$.

Тогда первая дробь $\frac{100000-5}{100000} = \frac{99995}{100000}$

вторая дробь $\frac{100000-2022}{100000} = \frac{97978}{100000}$

Найдем их сумму:

$$\frac{99995}{100000} + \frac{97978}{100000} = \frac{99995+97978}{100000} = \frac{197973}{100000}$$

$$197973 > 100000$$

то есть числитель больше знаменателя.

Значит у суммы первой и второй дробей может числитель быть больше знаменателя, что и требовалось доказать.

№	1	2	3	4	5
б.	7	7	7	–	~~6~~ 2

Σ ~~27~~ 23

Председатель:

Члены жюри:

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 2	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

+

$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2021\cdot2023-(1^2+2^2+3^2+\ldots+2022^2)=$

$=1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2021\cdot2023-1^2-2^2-3^2-\ldots-2022^2=$

~~$=1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2021\cdot2023-1^2-2^2-3^2=$~~

$=1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2021\cdot2023-1\cdot1-2\cdot2-3\cdot3-\ldots-2021\cdot2021-$
$-2022\cdot2022=$

$=1(3-1)+2(4-2)+3(5-3)+\ldots+2021(2023-2021)-2022\cdot2022=$

$=1\cdot2+2\cdot2+3\cdot2+\ldots+2021\cdot2-2022\cdot2022=$

$=2(1+2+3+\ldots+2021)-2022\cdot2022=2\cdot\frac{2021\cdot2022}{2}-2022\cdot2022=$

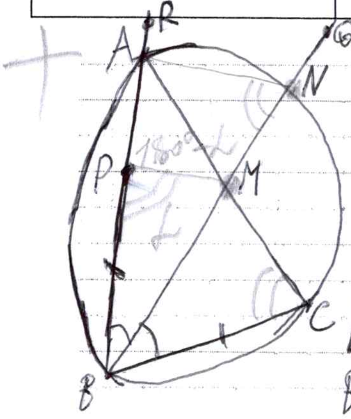
$=2022\cdot2021-2022\cdot2022=2022(2021-2022)=$

$=-1\cdot2022=-2022$

Ответ: -2022

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 3	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА



Дано: $AB>BC$. $\angle ABM=\angle MBC$ (BM-биссектриса $\angle ABC$). $BP=BC$.

Доказать: A, P, M, N лежат на одной окружности.

Доказательство

□ Рассмотрим $\triangle BPM$ и $\triangle BMC$. Сторона BM-общая, $BP=BC$ (из условия), ~~поэтому~~, $\angle PBM=\angle MBC$ (из условия), поэтому $\triangle BPM=\triangle BMC$ (по II свойству равенства треугольников). Из этого $\angle BPM=\angle BCM$ (как соответственные элементы равных треугольников $\triangle BPM$ и $\triangle BMC$).

Рассмотрим $\angle BPM$ и $\angle APM$. $\angle APM=180°-\angle BPM$ (как смежные углы). Пусть $\angle BPM=\angle BCM=\alpha$. Тогда $\angle APM=180°-\alpha$.

Рассмотрим углы четырёхугольника $APMN$. $\angle APM$ содержится в развёрнутом угле $\angle APB$, значит $\angle APM<180°$. $\angle PMN$ содержится в развёрнутом угле $\angle BMN$, значит $\angle PMN<180°$. Пусть R – точка на продолжении луча BA, Q – точка на продолжении луча BQ. $\angle NAP$ содержится в развёрнутом угле $\angle RAP$, значит $\angle NAP<180°$. $\angle ANM$ содержится в развёрнутом угле $\angle QNM$, значит $\angle ANM<180°$. Все углы четырёхугольника $APMN$ больше $180°$, значит четырёхугольник $APMN$ – выпуклый.

Рассмотрим $\angle ANB$ и $\angle ACB$. Они вписаны в одну окружность, опираются на хорду AB и лежат по одну сторону от неё. Следовательно $\angle ANB=\angle ACB=\alpha$.

Рассмотрим $\angle APM$ и $\angle ANM$ четырёхугольника $APMN$. Они противоположные. $\angle APM+\angle ANM=180°-\alpha+\alpha=180°$.

Т.к. четырёхугольник $APMN$ – выпуклый (из выше доказанного) и два его противоположных угла в сумме равны $180°$, ~~этот четыр~~ вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 3	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

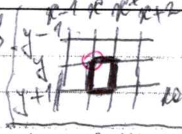
(по свойству). Значит, что его вершины A, P, M, N лежат на одной окружности, что и требовалось доказать. ■

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

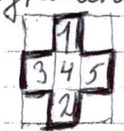
ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 1 ИЗ 3	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

обозначения:

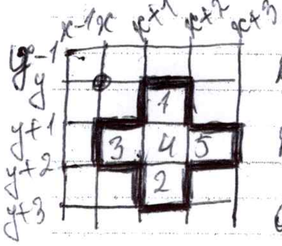
a, b, c, d, e — 5 цветов



квадрат обозначается $(x;y)$, где $(x;y)$ — координата его левого верхнего угла



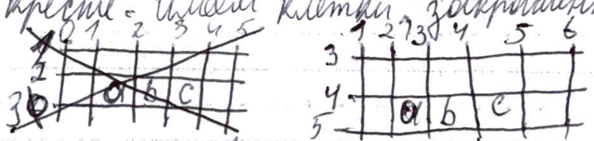
в каждом кресте клетки пронумерованы числами от 1 до 5 как на рисунке.



каждый крест обозначается $(x;y)$, где $(x;y)$ — координата левого верхнего угла квадрата 1×1, имеющего общую угло сторону с ~~квадрат~~ клеткой 1 из 3 крестов, лежащего вне этого креста.

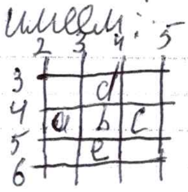
Этап 0: имеем плоскость, разбитую на квадраты, не закрашенные цветами.

Этап 1: любые 3 подряд лежащих квадрата должны иметь различные попарно цвета, так как они точно лежат в одном кресте. Имеем клетки, закрашенные как на рисунке.



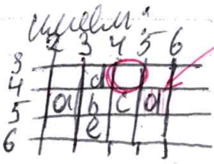
Этап 2: в кресте $(2;3)$ уже есть цвета a, b, c. Значит остальные 2 клетки квадрата этого креста должны иметь цвета d и e.

имеем:



Этап 3.1: пусть мы хотим раскрасить квадрат $(5;4)$ в цвет, который уже имелся на этапе 1. Это не может быть b или c, ведь в таком случае крест $(3;3)$ будет иметь повтор цветов. Остаётся цвет a.

имеем:



ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 2 ИЗ 3	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

Этап 3.2: в кресте (3;3) уже есть цвета a, b, c. Тогда ~~клетки~~ квадраты (4;3) и (4;5) можно закрасить только цветами e и d. Это можно сделать только так: (4;3) – e; (4;5) – d. (иначе будут ~~повт~~ повторы цветов в крестах (3;2) и (3;4))

имеем:

	2	3	4	5
3		d	e	
4	a	b	c	a
5		e	d	

Этап 3.3: в кресте ~~(4;3)~~ (3;2) уже есть цвета c, d, e. Неиспользованные цвета – a и b. Тогда квадраты (4;2) и (5;3) можно закрасить только так: (4;2) – a; (5;3) – b. (иначе будут повторы цветов в ~~крестах~~ кресте (4;3))

имеем:

	2	3	4	5
2			a	
3		d	e	b
4	a	b	c	a
5		e	d	

Этап 3.4: попробуем докрасить крест (2;2). Использованные в нём цвета: b, d, e. Неиспользованные цвета: a, c. Но как бы мы не пытались закрасить квадраты (3;2) и (2;3) неиспользованными цветами, будут повторы цветов в крестах (2;1) либо (1;3). Поэтому все этапы 3.x – неверны.

Возвращаем поле в состояние 2-ого этапа

Этап 4.1: пусть мы хотим закрасить квадрат (6;4) в цвет, который уже имелся на этапе 1. Это не ~~могут быть~~ может быть c, т.к. в таком случае крест (4;3) будет иметь повтор цветов. Остаются цвета a и b.

(поле не меняется) имеем:

	2	3	4	5
3		d		
4	a	b	c	
5		e		

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 3 ИЗ 3	М-9-10 ШИФР УЧАСТНИКА

Этап 4.2.1: закрасим квадрат (6;4) в цвет a.

итак:

	2–3	3–4	4–5	5–6	6–7
3–4		d			
4–5	a	b	c		a
5–6		e			

Этап 4.2.2: закрасим крест (3; 3). Использованные цвета: a, c.
Неиспользованные: b, d, e. Это можно сделать только так:
(4; 3) — Сделать вывод.