1	2	3	4	5	Σ
7	0	7	0	5	19

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 1	ЛИСТ 1 ИЗ 5	М-8-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Данное число представим в виде суммы:

$100a + 10b + c$.

Вычёркиваем a:

$10b + c$.

Вычёркиваем b:

$10a + c$.

Вычёркиваем c:

$10a + b$.

В итоге:

$(10b + c) + (10a + c) + (10a + b) = 100$

$\cancel{20a + 11b + 3c = 100}$

~~Подберём целые числа:~~

$\cancel{20 \cdot (4) + 11 \cdot (1) + 3 \cdot (3) = 100}$

~~Ответ: число 413~~

$20a + 11b + 2c = 100$

Подберём целые числа:

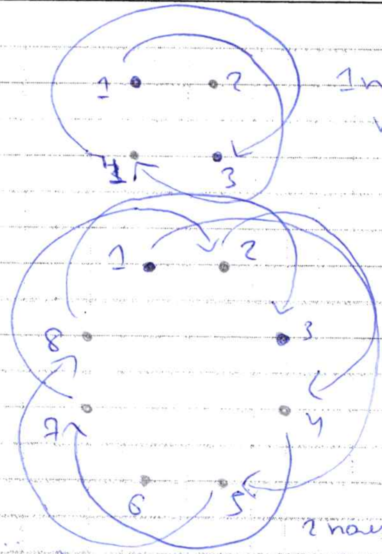
$20 \cdot (3) + 11 \cdot (2) + 2 \cdot (9) = 100$

Ответ: число 329.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 2	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-8-17 ШИФР УЧАСТНИКА

1) Путем проб и ошибок можно выявить, что если в кругу стоят n рыцарей, то, если единица (рыцарь № 1) пройдёт по кругу по часовой стрелке, он остановится на рыцаре № 3 (за 1-3 оборота по всему кругу это точно произойдет), если кол-во рыцарей не кратно трём.



1 полный круг

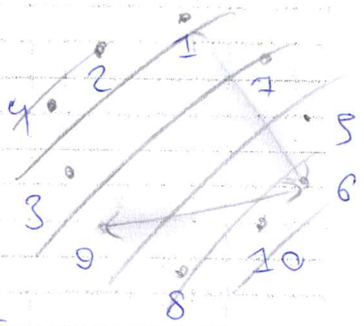
2 полных круга

100 не кратно трём.

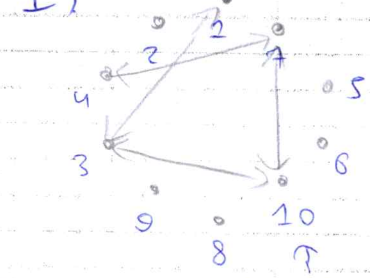
$\Downarrow$

№ 1 точно остановится на номере 3 и поменяется с ним местами: I.

пример при $n = 10$



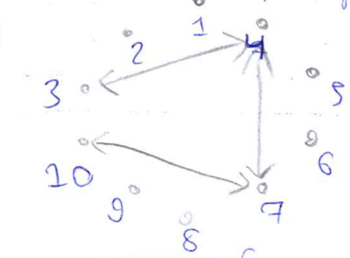
I)



итог прохода по кругу рыцаря № 1

Затем № 3 оказавшись на месте № 1 проходит его же обратный путь, возвращая всех рыцарей, кроме себя и № 1 на исходные: II.

II)



итог обратного пути рыцаря № 3

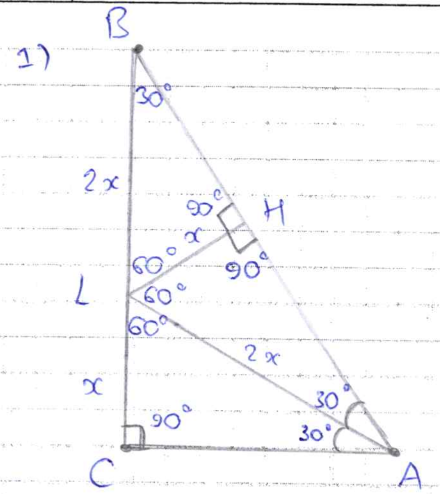
Ответ: Если рыцарей 100, то возможно поменять местами № 1 и № 3 без изменения мест других.
А так же возможно в любом случае, если кол-во рыцарей не кратно трём.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 3	ЛИСТ ~~2~~ 1 ИЗ ~~5~~ 1	М-8-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Дано:
$\triangle ABC$ - прямоуг.
$\angle C = 90^\circ$,
$\angle A = 60^\circ$,
AL - бисс,
$L \in BC$,
$H \in AB$, так, что
$\triangle ALH$ - прямоуг.
$S_\triangle ABC = 1$.
Найти:
$S_\triangle LBH$ - ?

1)



Решение:

I первый случай, когда $\angle H = 90^\circ$.

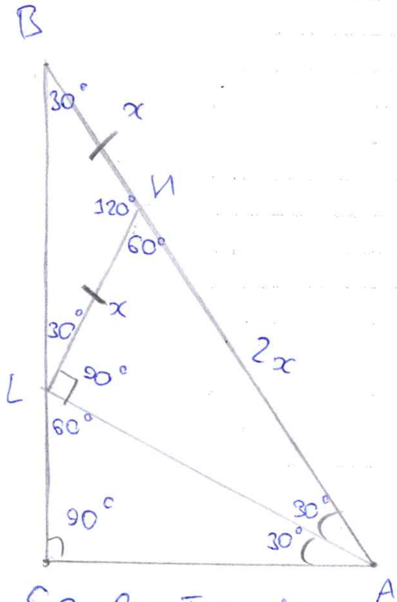
1) $\angle B = 30^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle CLA = 60^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle HLA = 60^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle BLH = 60^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)

2) Возьмём $LC = x$, тогда:
$LA = 2x$ ($\angle 30^\circ$ в прямоуг $\triangle ALC$)
$LH = x$ ($\angle 30^\circ$ в прямоуг $\triangle LHA$)
$BL = 2x$ ($\angle 30^\circ$ в прямоуг $\triangle LBH$)

3) $\triangle ALC = \triangle LHA = \triangle LBH$ (по гипотинузе и катету)

4) $S_\triangle ALC + S_\triangle LHA + S_\triangle LBH = S_\triangle ABC$
$3 S_\triangle LBH = S_\triangle ABC$
$S_\triangle LBH = \frac{1}{3}$

II Второй случай, когда $\angle L = 90^\circ$.



1) $\angle B = 30^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle CLA = 60^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle AHL = 60^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle BLH = 30^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)
$\angle BHL = 120^\circ$ ($\Sigma \angle \triangle$)

2) Возьмём $BH = x$, тогда:
$BH = LH = x$ ($\triangle LBH$ - равнобедр),
$HA = 2x$ ($\angle 30^\circ$ в прямоуг $\triangle LHA$)

3) По первому случаю $S_\triangle BLA = \frac{2}{3} S_\triangle ABC$

$2BH = HA$,
$h_{\triangle LBH} = h_{\triangle LHA}$ $\Big| \Rightarrow \frac{2x}{x} = \frac{S_\triangle HLA}{S_\triangle LBH} = 2$.

$S_\triangle LBH + S_\triangle HLA = S_\triangle BLA = \frac{2}{3} S_\triangle ABC$. $2 S_\triangle LBH = S_\triangle HLA$

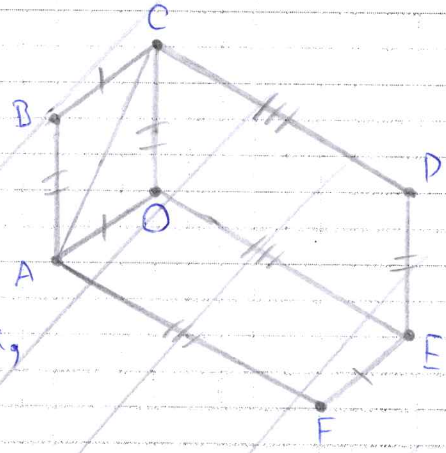
$3 S_\triangle LBH = \frac{2}{3}$
$S_\triangle LBH = \frac{2}{9}$

Ответ: I. $\angle H = 90^\circ \Rightarrow S_\triangle LBH = \frac{1}{3}$.
II. $\angle L = 90^\circ \Rightarrow S_\triangle LBH = \frac{2}{9}$.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

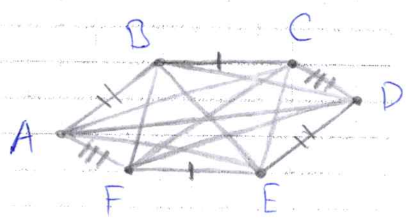
ЗАДАНИЕ № 4	ЛИСТ 1 ИЗ 1	M-8-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Для решения задачи с 12-ю попарноравными △ лучше всего использовать пар-граммы, так как их диагонали делят их на 2 равных треугольника, а таких диагонали 2.



Чтобы максимально уменьшить кол-во точек, нужно начертить 3 паррграмма, так, что каждый имеет одну общую сторону с другим и все имели одну общую вершину (O).

Наилучшим решением задачи будет шестиугольник, в котором противоположные стороны попарно пар-льны и равны. Таким образом:



△ABF = △CDE,
△ABC = △FED,
△BCD = △AFE,
△FBF = △BCE,
△ABD = △AED,
△ACF = △CFD,
а так же здесь присутствуют еще несколько попарно равных треугольника.

Ответ: 6 вершин.

Председатель жюри: Менцель К.К.
Члены жюри: Шекера Т.В.
Пескова Т.В.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 5	ЛИСТ 1 ИЗ 1	M-8-17 ШИФР УЧАСТНИКА

Довольно легко можно понять, что дверь n-ного заключённого открывают (и закрывают) лишь стражники с номерами делителей числа n. Открытыми могут остаться лишь камеры, чьи номера – квадраты натуральных чисел, так как лишь они имеют нечётное число делителей.

Следовательно чтобы узнать, как спасти ~~стра~~ заключённых 119, 363 и 441 нужно:

1) найти наибольший квадрат, кратный номеру заключ.
2) поделить его номер на данный квадрат.
3) разложить полученное число на простые множители
4) уволить кого либо из делителей, если полученное число > 1.

Проделаем операции с номерами заключённых.

1) 119 | 17
7 | 7
1 |

Ближайший кратный квадрат – 1
$119 : 1 = 119$.

119 | 17
7 | 7
1 |

Нужно уволить стражников
№ 1 или № 17 или № 7 или № 119

2) 363 | 3
121 | 11
11 | 11
1 |

Ближайший крат. квадрат – 11^2
$363 : 11^2 = 3$

3 | 3
1 |

Нужно уволить стражника
№ 1 или № 121 или № 33 или № 3 или № 11...

~~3) 441~~

3) 441 | 7
63 | 7
9 | 3
3 | 3
1 |

Ближ. крат. квадрат – 21^2.
$441 : 21^2 = 1$
Никого увольнять не нужно.

~~4) Мы увольняем стражников № 17, № 7, № 3.~~

Но теперь нам так же нужно учесть, что выпустить нужно всех одновременно.
=> Можно убрать лишь № 17 и № 11, чтобы у всех заключённых число делителей стало нечётным.

(119: 1, 7, ~~17~~, 119. – нечет
363: 1, 3, ~~11~~, 33, 121, 363. – нечет
441: 1, 7, 3, 9, 49, 63, 147, 21, 441 – нечет)

Ответ:
стражников № 11 и № 17 нужно уволить

Итоговый ответ: уволить можно (№ 7 или № 119) и (№ 11 или № 33 или № 121 или № 363), или № 1 и (№ 9 или № 49 или № 63 или № 147 или № 21 или № 441), или