ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 3 ИЗ 5	М-11-28 ШИФР УЧАСТНИКА

Док-ть №11.1

$2^x \cdot x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y$

$\Updownarrow$

$x(2^x - 2^y) \geq y(2^x - 2^y)$

Пусть $2^x - 2^y = t$

3 случая

(подставим x вместо y в нер-во)

1) $x = y \Rightarrow x(2^x - 2^x) \geq x(2^x - 2^x)$ т.е. достигается равенство

$t = 0 \Rightarrow \underline{0 \geq 0}$

2) $x > y \Rightarrow t > 0$

$\underline{x \cdot t > y \cdot t}$ (т.к. $x > y$ а $t > 0$) - выполняется

3) $x < y \Rightarrow t < 0$

$\underline{x \cdot t > y \cdot t}$, т.к. $y > x$, на $t < 0$, т.е. неравенство выполняется

Во всех случаях неравенство выполняется. ч.т.д.

Об.

1	2	3	4	5	Σ
0	7	0	7	7	21

Председатель жюри: Менцель В. В.

Члены жюри: (Дубинская И.А.)

Богоутдинова Ю.Г.

Киселева М.Г.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2	ЛИСТ 1 ИЗ 5	М-11-28 ШИФР УЧАСТНИКА

$1, 2, 3 \dots n$ ~11.2

1) Разобъём ~~все~~ числа на $n/50$ групп, ~~таким способом~~ разделив их по границам, поставленным после числа $\vdots 50$
т.е $(1, 2 \dots 50)$, $(51, 52 \dots 100)$ и т.д. до n

2) удалим из групп числа кратные 50. ~~по~~ Тогда в каждой останется 49 элементов.

$\exists\ n : 50 = k$ (кол-во групп)

Посчитаем сумму в каждой группе.

~~1-49~~ в гр. „1-49" $= \frac{1+49}{2} \cdot 49 = 1225 = 35^2$

в группе №2 $(51-99)$ $= 35^2 + 50 \cdot 49 = 35^2 + 35^2 \cdot 2 = 35^2 \cdot 3$

(к каждому из 49 чисел +50)

Тогда в группе № P (при отсчёте с 1)
сумма $= 35^2 \cdot (2P-1)$

Тогда сумма всех k групп равна $35^2 \cdot \left(\frac{1+(2k-1)}{2} \cdot k\right) =$
$= 35^2 \cdot k^2 = (35k)^2$ Значит сумма оставшихся чисел является квадратом и Незнайка прав.

Ответ: прав.

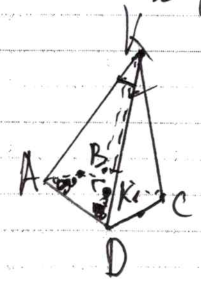
7б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3	ЛИСТ 5 ИЗ 5	И-11-28 ШИФР УЧАСТНИКА

Четырёхугольная пирамида!

№ 11.3



$\angle AKD = \angle DKC = \angle CKB = \angle BKA = 90°$ (по условию)

$ABCDK$ — тетраэдр (условие)

Проведём ~~высоту~~ перпендикуляр KK_1 к плоскости $ABCD$

$\begin{cases} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{cases}$ (по св-ву тетраэдра с равными углами при вершине) $\Rightarrow$ $ABCD$ — трап., $DABC$ — трап.

$\Delta DKC \sim \Delta ABK$ т.к. углы при вершине равны и $AB \parallel DC$

① Углы при в-к равны $\Rightarrow$ $AB + DC = AD + BC \Rightarrow$ ср. линии равны

ср. линия трап. $ABCD = \frac{BC + AD}{2}$; ср. л. $DABC = \frac{AB + DC}{2}$

$\Rightarrow$ ② отрезки соединяющие противоположные рёбра пересекаются в точке K_1, через которую проходит средняя линия трапеций $ABCD$ и $DABC$

①, ②, ср. линии равны $\Rightarrow$ в плоскости $ABCD$ отр., соединяющие рёбра, не равны ч.т.д.

0б

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 2 ИЗ 5	М-11-28 ШИФР УЧАСТНИКА

$2023^6 = (2023^2)^3$ с 11.4

~~$2023^2 = 4092529$~~

Пусть $2023^6 = K$

$(2023)^6 \bmod 3 = 1 \Rightarrow K \not\vdots\, 3$

$2023 > 2000 \Rightarrow (2023)^6 > (2000)^6 = 64\cdot 10^{18}$

в числе 2000^6 ~~20~~ в записи 20 цифр, значит и в K их не менее 20.

1) Всего 10 цифр. Предположим, что K имеет >20 цифр в записи ~~тогда~~ Предположим, что в таком случае не ~~найдётся~~ одинаковых цифр не более 2, тогда всего их не более $2\cdot 10 = 20$ — противоречие. Значит найдётся 3 одинаковые цифры, когда K имеет более 20 цифр.

2) ~~К~~ случай, когда K имеет ровно 20 цифр.
~~Тогда~~ Предположим, что не найдётся 3 одинак. цифры, тогда ~~каждой~~ цифры каждого вида по две. Тогда сумма цифр $= 90$ и по признаку делим. на 3 $K \vdots 3$ — противоречие (т.к. $2023^6 \bmod 3 = 1$)
Значит, найдётся ~~у~~ хотя бы 3 одинаковые цифры.

Ч.Т.Д.

75

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.5	ЛИСТ 4 ИЗ 5	М-11-28 ШИФР УЧАСТНИКА

№11.5 Представим условие в виде ор. графа, где вершины — люди, а улыбки — рёбра

Оценка:

Всего проводится 400·200 рёбер (назовём их полными)

возможно провести 400·399 рёбер

~~Пос~~ Останется 400·399 − 400·200 = 400·199 непроведённых рёбер. (назовём их пустыми)

Если улыбка не взаимная, то ей соответствует пустое ребро, иначе полное.

~~В~~ Всего 400·200 полных рёбер и 400·199 пустых

Тогда пар „пустое-полное" не более 400·199, значит пар „полное-полное" не менее $\frac{400\cdot\cancel{200}}{2} = 200$.

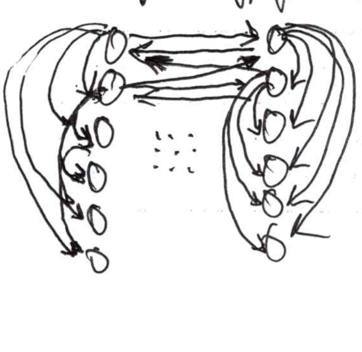
Тогда по оценке взаимных улыбок не менее 200.

Пример:

Выстроим людей в две колонны по 200 ч. в каждой и пронумеруем в каждой колонне номерами от 1 до 200. Человек с номером i улыбнётся взаимно с человеком из другой колонны, и улыбнётся всем ~~у кого номер меньше в другой~~ в другой колонне, у кого номер меньше и всем у кого номер больше в своей колонне.

Тогда у каждого одна 200 улыбок, и по 1 взаимной т.е. $\frac{400}{2} = 200$ пар людей улыбнувшихся друг другу.

Ответ: 200



Оценка +

Пример +

75