

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

|                       |                           |                                  |
|-----------------------|---------------------------|----------------------------------|
| ЗАДАНИЕ № <u>11.1</u> | ЛИСТ <u>1</u> ИЗ <u>5</u> | <u>М-11-14</u><br>ШИФР УЧАСТНИКА |
|-----------------------|---------------------------|----------------------------------|

$$2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y - 2^{-76}$$

$$2^x x + 2^y y - 2^y x - 2^x y = x(2^x - 2^y) - y(2^x - 2^y) =$$

$$= (2^x - 2^y)(x - y)$$

1)  $x = y$

$$\underbrace{(2^x - 2^y)}_0 \underbrace{(x - y)}_0 = 0$$

2)  $x > y$

$$\underbrace{(2^x - 2^y)}_0 \underbrace{(x - y)}_0 > 0$$

3)  $x < y$

$$\underbrace{(2^x - 2^y)}_0 \underbrace{(x - y)}_0 > 0$$

Из 1, 2, 3  $\Rightarrow (2^x - 2^y)(x - y) \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^x x + 2^y y - 2^y x - 2^x y \geq 0 \Rightarrow 2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y$   
 при  $x, y \geq 0$

Г.Т.Ф.

75

|   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|----|
| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| о | 7 | 7 | 0 | 7 | 0 | 21 |

Председатель комиссии: *И. Мерзлов В.В.*  
 Члены комиссии: *М. Кисель - /М.Г. Кисель/*  
*М.В. Богоурдинова Ю.Г.*  
*А.В. Аудинашвили А.А.*

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

|                    |                           |                                  |
|--------------------|---------------------------|----------------------------------|
| ЗАДАНИЕ № <u>2</u> | ЛИСТ <u>2</u> ИЗ <u>5</u> | <u>M-11-14</u><br>ШИФР УЧАСТНИКА |
|--------------------|---------------------------|----------------------------------|

1, 2.  $n$  - Арифм. прогр.  $\Rightarrow$   $S$  - сумма прогрессии  
 $\Rightarrow S_{обц} = \frac{1+n}{2} \cdot n$  - сумма всех зачисленных чисел

т.к.  $n : 50$  и  $n$  попарно выт. все числа  $: 50$   
 найдем их сумму

$50, 100, \dots, n$  - Арифм. прогр. с шагом  $50 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow S_{выг} = \frac{50+n}{2} \cdot \frac{n}{50}$ , где  $\frac{n}{50}$  - количество чисел  
на доске, которые  
 $\leq 50$

$$S_{остатки} = S_{обц} - S_{выг} = \frac{1+n}{2} \cdot n - \frac{50+n}{2} \cdot \frac{n}{50} =$$

$$= \frac{50n + 50n^2 - 50n - n^2}{100} = \frac{49n^2}{100}$$

т.к.  $n$  - число  $\Rightarrow S_{ост.} = \frac{49n^2}{100} = \left(\frac{7n}{10}\right)^2$

$\frac{7n}{10}$  - число чисел  $\Rightarrow$  сумма ост. чисел - квадрат числа

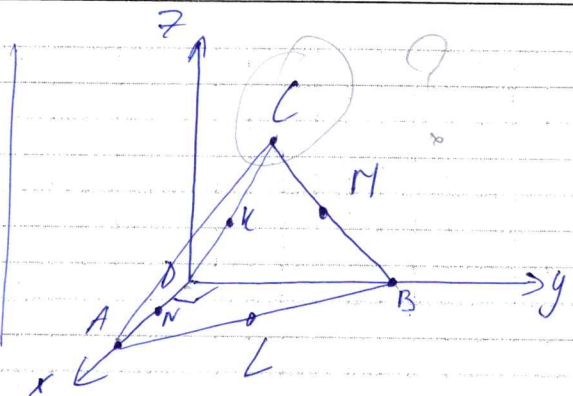
Отв. прав

40

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

|                |             |                           |
|----------------|-------------|---------------------------|
| ЗАДАНИЕ № 11.3 | ЛИСТ 4 ИЗ 5 | М-11-14<br>ШИФР УЧАСТНИКА |
|----------------|-------------|---------------------------|

Дано:  
 ABCD-тетр  
 или  $\angle$  при верш.  $\text{тетр} = 90^\circ$   
 D-тб: отр. сред. прот. ребр =



1) введем систему мест. координ., так что  
 $A(x_A; 0; 0)$   $B(0; y_B; 0)$   $C(x_C; y_C; z_C)$   $D(0; 0; 0)$

M - сред. CB, N - сред. AD и K - сред. DC; L - сред. AB

2)  $\vec{CB} \{ -x_C; y_B - y_C; -z_C \} \Rightarrow M \left( -\frac{x_C}{2}; \frac{y_B - y_C}{2}; -\frac{z_C}{2} \right)$

$\vec{AD} \{ -x_A; 0; 0 \} \Rightarrow N \left( -\frac{x_A}{2}; 0; 0 \right)$

$\vec{MN} \left\{ \frac{x_C - x_A}{2}; \frac{y_C - y_B}{2}; \frac{z_C}{2} \right\} \Rightarrow |\vec{MN}| = \sqrt{\frac{(x_C - x_A)^2}{4} + \frac{(y_C - y_B)^2}{4} + \frac{z_C^2}{4}}$

3)  $\vec{DC} \{ x_C; y_C; z_C \} \Rightarrow K \left( \frac{x_C}{2}; \frac{y_C}{2}; \frac{z_C}{2} \right)$

$\vec{AB} \{ -x_A; y_B; 0 \} \Rightarrow L \left( -\frac{x_A}{2}; \frac{y_B}{2}; 0 \right)$

$\vec{KL} \left\{ \frac{x_C - x_A}{2}; \frac{y_C - y_B}{2}; -\frac{z_C}{2} \right\} \Rightarrow |\vec{KL}| = \sqrt{\frac{(x_C - x_A)^2}{4} + \frac{(y_C - y_B)^2}{4} + \frac{z_C^2}{4}}$

$= \sqrt{\frac{(x_C - x_A)^2}{4} + \frac{(y_C - y_B)^2}{4} + \frac{z_C^2}{4}} \Rightarrow |\vec{KL}| = |\vec{MN}| \Rightarrow KL = MN$

Аналогично докажем для других отрезков.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  отрезки, сред. прот. ребр равны **об**  
 где



ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

|                        |                           |   |
|------------------------|---------------------------|---|
| ЗАДАНИЕ № <u>11.4.</u> | ЛИСТ <u>3</u> ИЗ <u>5</u> | <p style="text-align: center;"><u>M-11-14</u></p> <hr/> <p style="text-align: center;">ШИФР УЧАСТНИКА</p> |
|------------------------|---------------------------|---|

$$2023^6 = 2023^3 \cdot 2023^3$$

$$2023^3 = 8279186167 \Rightarrow$$

30

$$\Rightarrow 2023^6 =$$

|   |             |
|---|-------------|
| x | 8279186167  |
|   | 8279186167  |
|   | 57954303169 |
|   | 49675117002 |
|   | 8279186167  |
|   | 49675117002 |
|   | 66233489336 |
|   | 8279186167  |
|   | 74512665503 |
|   | 57954303169 |
|   | 16558372334 |
|   | 66233489336 |

$$3+9+1+7+8+1+1+8+6+5+1+6+1+4$$

844151889  $\Rightarrow$  8 повторения 3 раза  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  есть 3 одинаковых цифры

7.т.г

75

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

|                |             |  |
|----------------|-------------|--|
| ЗАДАНИЕ № 11.5 | ЛИСТ 5 ИЗ 5 | <p style="text-align: center;">M-11-14</p> <hr/> <p style="text-align: center;">ШИФР УЧАСТНИКА</p> |
|----------------|-------------|--|

Т.к. каждый улыбнулся 200, то

- 1) I, улыбнувшись 200 раз создал 200 пар
- 2) Т.к. кол-во пар должно быть минимально, то I улыбнулся и II  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  II при улыбке создал 199 пар (улыбнувшись 1 и 199 раз, которых не улыбнулся I)
- 3) III улыбнулся I, II и еще 198 людям, образуя у которых не улыбнулся I и II  $\Rightarrow$  создал 198 пар
- 4) IV улыбнулся 197 людям, V 196 и т.д. до последнего улыбнувшегося I

1) Представим, что все они стоят в кругу, тогда пусть каждый улыбнется своим соседям, это 400 пар (ребра 400-угольника), далее каждый улыбнется своим, стоящим через одно от него это 400 пар (ребра 2х 200-угольников), далее (через 3х это 400 пар ребра 4х 100-угольников) и т.д.  $\Rightarrow$  Минимальное число пар =

$$= 400 \cdot 1 + 2 \cdot 200 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 50 + 16 \cdot 25 =$$

$$= 400 \cdot 5 = \underline{2000 \text{ пар}} \text{ - минимум}$$

Т.к. если кто-то улыбнется больше, то число пар будет больше 2000 раз

05